

## بررسی عددی جریان لایه برشی فراصوتی در حفره دیواره

علی میرمحمدی<sup>۱\*</sup> و سعید روستایی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، a.mirmohammadi@sru.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، rostaiy.saeed@gmail.com

\* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۹۶/۶/۲۶، دریافت آخرین اصلاحات: ۹۶/۹/۲۷، پذیرش: ۹۶/۱۲/۲۱)

**چکیده:** رمجت فراصوت و یا اسکرمجت نوع پیشرفته‌تر موتورهای صنعت هوا فضا است. انجام احتراق این نوع موتورها در سرعت فرا صوت باعث می‌شود که اسکرمجت بتواند به سرعت‌هایی بالاتر از سرعت رمجت‌های متداول برسد. احتراق در سرعت‌های فراصوت نیاز به پایداری دارد. چون حفره‌ها در پایداری احتراق جریان‌های واکنشی فراصوتی در اسکرمجت‌ها اهمیت زیادی دارند، در این مقاله، با شبیه‌سازی جریان لایه برشی حفره با استفاده از مدل‌های مختلف اغتشاشی، اثر عوامل مختلف در این نوع جریان‌ها بررسی شد. ابتدا، با کمک مدل‌سازی جریان با مدل‌های مختلف اغتشاشی بهترین مدل، از نظر دقت و سرعت حل، برای شبیه‌سازی جریان‌های لایه برشی حفره معرفی شد. سپس، به کمک مدل انتخاب‌شده، حل‌هایی برای زوایای مختلف دیوار حفره انجام شد و نتایج با هم مقایسه شد. نتایج نشان داد که مدل اغتشاشی SST-k- $\omega$ ، از نظر دقت و سرعت، بهترین مدل برای حل مسائل مربوط به لایه برشی حفره است. همچنین، در این تحقیق، زوایای مختلف در نظر گرفته‌شده برای دیوار عمودی پشت نشان داد که دما در حفره‌ها با زاویه تند به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین، دما عامل مهمی در تعیین زاویه خواهد بود و ممکن است محدودیت نقطه ذوب مواد به کاررفته انتخاب زاویه را تحت تاثیر قرار دهد.

**کلید واژگان:** رمجت، اسکرمجت، پایداری احتراق، مدل SST-k- $\omega$ ، لایه برشی حفره

### مقدمه

#### تعریف مسئله

انتخاب موتور مناسب برای ایجاد نیروی رانش یکی از مسائل مهم در صنعت هوافضا است. یک نوع از این موتورها، رمجت است که هیچ قطعه متحرکی ندارد. در واقع یک رمجت لوله‌ای تنگ‌شده است که هوا در آن ابتدا متراکم شده و سپس با ماده سوختنی ترکیب می‌شود و در نهایت احتراق روی می‌دهد. گازهای حاصل از احتراق با سرعتی بالاتر از سرعت هوای ورودی از موتور خارج می‌شوند و نیروی مورد نیاز برای حرکت رو به جلو را تولید می‌کنند. شکل ۱ طرحواره کلی یک رمجت را نشان می‌دهد. رمجت‌ها دارای کمترین قطعات جداشونده بوده و یا اصلاً قطعه جداشونده‌ای ندارند، که این مزیت عمده این نوع موتور نسبت به توربوفن‌ها و توربوجت‌ها است. چون در توربوفن‌ها و توربوجت‌ها قطعات متحرک معیوب شده و موجب بروز نقص در موتور می‌شوند.

نوع پیشرفته‌تر این نوع موتورها، که عمل احتراق آن در سرعت فراصوت انجام می‌پذیرد، رمجت فراصوت و یا اسکرمجت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. انجام احتراق این موتور در سرعت فراصوت باعث می‌شود که اسکرمجت بتواند به سرعت‌هایی بالاتر از رمجت‌های متداول برسد. طرحواره کلی از موتور اسکرمجت در شکل ۲ آمده است.

1. Scram jet

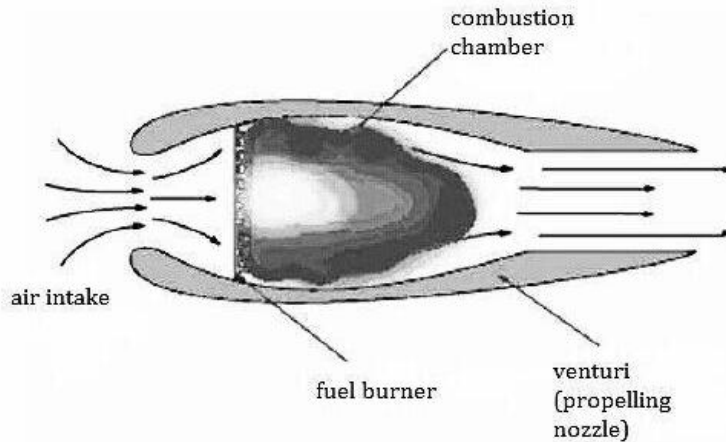


Figure 1- The general schema of a ram jet

شکل ۱- طرحواره کلی یک رمجت

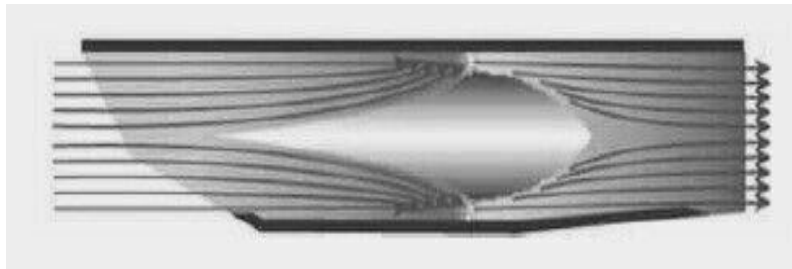


Figure 2- The general schema of a scram jet

شکل ۲- طرحواره کلی یک اسکرمجت

نام موتور اسکرمجت از واژه احتراق در سرعت مافوق صوت<sup>۱</sup> گرفته شده است. این نوع موتور در سرعت‌های فراصوت به کار می‌رود و طرز کار آن بسیار شبیه موتور رمجت است. این نکته قابل توجه است که شعله‌ورساختن سوخت در معرض مولکول‌های هوا، در حالی که هوا با سرعت بالای ماخ وارد موتور می‌شود، مانند روشن کردن کبریت در گردباد است که با توجه به این موضوع می‌توان درک کرد که چه تکنولوژی عظیمی در این لوله به کار گماشته شده است.

در مجموع، فناوری فراصوت در صدد دستیابی به روش‌هایی جهت استفاده بیشینه از توانایی‌های بالقوه و بالفعل این گونه موتورهاست. زیرا، با برقراری جریان فراصوت به جای جریان فروصوت، مقدار کمتری از آنتالپی کل ازدست می‌رود، بنابراین کارایی اسکرمجت در مقابل رمجت افزایش می‌یابد. در واقع، طراحی اسکرمجت برای کاهش هرچه بیشتر نیروی پسا<sup>۲</sup> و افزایش نیروی برا<sup>۳</sup> است. هزینه‌های بالای آزمایش پرواز و عدم وجود امکانات و تجهیزات مناسب زمینی از توسعه اسکرمجت‌ها تا حد زیادی جلوگیری کرده است. افزون بر این، به‌خاطر اهمیت این فناوری بسیاری از آزمایش‌ها و نتایج آن‌ها در این زمینه محرمانه باقی مانده‌اند. از آنجایی که این اطلاعات به‌طور علنی منتشر نشده و هرگز مورد تایید قرار نگرفته‌اند، بنابراین تاکنون هیچ طراحی نهایی در مورد موتورهای اسکرمجت در دسترس نیست.

1. supersonic combustion ramjet  
2. Drag  
3. Lift

شکل ۲ نشان می‌دهد که درست بعد از مجرای ورودی، سوخت تزریق و برای احتراق مخلوط می‌شود. شعله حاصل، توسط حلقه‌های نگهدارنده شعله، پایدار می‌شوند. این قسمت بسیار شبیه به قسمت نگهدارنده شعله پس‌سوز موتور هواپیمای جنگنده است. طرحواره این حفره‌ها در شکل ۳ آورده شده است. این حفره‌ها برای پایداری شعله ایجاد شده طراحی شده‌اند که با ایجاد جریان چرخشی درون حفره در نزدیکی محل پاشش سوخت باعث احتراق پیوسته درون موتورهای اسکرم‌جت می‌شوند. این حلقه‌ها بیشترین کاربرد را برای شعله‌ورسازی احتراق اسکرم‌جت‌ها به دلیل سرعت بالای جریان ورودی دارند و اثربخشی چشمگیری در پایداری شعله بدون کاهش بیش از حد فشار کلی دارند. وقتی که از تزریق یکپارچه سوخت با رویکرد شعله‌ورشدن استفاده می‌شود، وجود این حفره‌ها الزامی است.

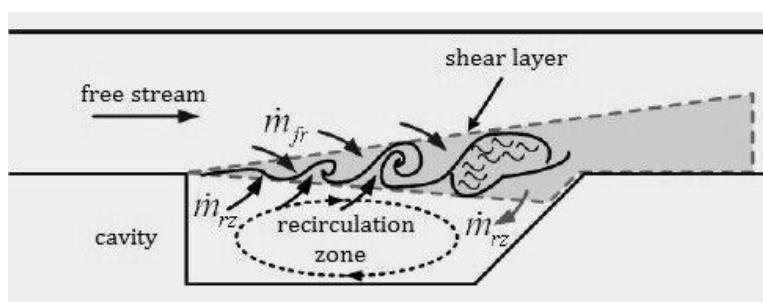


Figure 3- A schematic of how to absorb the shear layer by the cavity

شکل ۳- طرحواره‌ای از نحوه جذب لایه برشی توسط حفره

بخشی از جریان آزاد با عبور از روی حفره به درون آن نفوذ می‌کند و جریان چرخشی، مطابق آنچه در شکل آمده است، ایجاد می‌شود. جریان چرخشی باعث ایجاد یک لایه برشی بالای حفره می‌شود که به‌طور همزمان سیال حاصل از جریان آزاد و ناحیه چرخشی را برای رشد جذب می‌کند. بنابراین، جریان‌های داخل و بیرون حفره به‌وسیله لایه برشی از یکدیگر جدا می‌شوند و مقدار تبادل حرارت و جرم سیالات حفره به ویژگی‌های جذب لایه برشی ایجاد شده وابسته است. بدین ترتیب تا حدی نفوذ و ترکیب جریان آزاد و جریان درون حفره باعث پایداری احتراق این نوع موتورها می‌شود، به‌طوری که بدون وجود این حفره‌ها پاشش یکپارچه سوخت غیرممکن است.

نرخ جذب لایه برشی حفره، که همان اثرات قوی احتراق پایدار حفره است، هنوز از نظر سیستماتیک مطالعه نشده است. از آنجا که جریان آزاد نسبتاً سرد است و جریان چرخشی اساساً شامل محصولات گرم و رادیکال‌ها در اثر فرایند احتراق است، نسبت جذب به‌طور مستقیم خواص مخلوط لایه برشی را، که اثرات قابل توجهی روی توسعه شعله دارند، تحت تاثیر قرار می‌دهد. در این مطالعه، شبیه‌سازی عددی برای بررسی ویژگی‌های جذب لایه برشی حفره در جریان‌های فراصوت انجام می‌شود و سعی بر آن است که پایه‌ای برای مشخصه‌های سازوکار<sup>۱</sup> شعله‌ورشدن حفره‌ها باشد، که در اسکرم‌جت کاربرد فراوان دارد.

### پیشینه تحقیق

وانگ و همکاران تحقیقی در مورد ویژگی‌های جذب لایه‌های برشی حفره در جریان‌های با اعداد ماخ متفاوت انجام داده‌اند. ایشان تمام محاسبات عددی را توسط مدل اغتشاشی گردابه‌های بزرگ انجام داده‌اند [۱]. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که پایداری و نرخ رشد لایه‌های برشی حفره وابستگی زیادی به اثرات تراکم‌پذیری دارد. همچنین، تحقیق ایشان نشان داده است نرخ رشد لایه برشی حفره، با افزایش عدد ماخ، به‌سرعت، کاهش می‌یابد.

دیموتاکیس مطالعاتی در مورد نرخ رشد و نرخ جذب برای حفره‌ها انجام داده است که پایه آن بر روی خصوصیات هندسی سازه‌هایی با مقیاس بزرگ است [۲]. نتایج تحقیق ایشان نشان می‌دهد در حفره‌های لایه برشی جذب نامتقارن وجود دارد که سرعت آن از جریان آزاد سیال بیشتر است. این جذب نامتقارن اغلب در شبیه‌سازی‌های عددی رینولدز مشاهده شده است [۳]. نتیجه‌گیری مهم ایشان این است که کاهش نرخ رشد لایه برشی با افزایش فشردگی آن رابطه دارد که این فشردگی تابعی از عدد ماخ است؛ یعنی رشد لایه برشی حفره با عدد ماخ رابطه دارد.

داس اثر پهنای حفره روی نوسانات لایه برشی را بررسی کرد و دریافت که یک تغییر حالت آکوستیک غالباً به‌عنوان نسبت طول به عرض حاصل شده است؛ با توجه به رشد لایه برشی حفره، اثرات فشردگی مشاهده شده در لایه‌های برشی آزاد در لایه‌های برشی حفره نیز وجود دارد و کاهش نرخ رشد لایه برشی با افزایش عدد ماخ متناسب است [۱].

روولی شبیه‌سازی عددی مستقیم دوبعدی برای مطالعه جریان‌های فروصوتی بالای حفره‌های مربعی انجام داد [۴]. نتایج آن یک گذار از ناپایداری لایه برشی هلمهولتز را نشان می‌دهد، که این شبیه‌سازی در درجه اول برای حفره‌های کوتاه‌تر و عدد ماخ پایین‌تر است. همچنین، ناپایداری مطلق برای حفره‌های بزرگ و اعداد ماخ بالاست.

بریش و همکاران مطالعاتی برای اندازه‌گیری سرعت جریان هوا روی یک حفره مستطیلی انجام دادند [۵]. نتایج ایشان نشان داد که لایه برشی متلاطم در مرز حفره و منطقه تجدید در داخل آن قرار دارد. ایشان میانگین موقعیت ناحیه کم‌فشار را به‌عنوان یک تابع از نسبت طول به عرض حفره معرفی کردند.

کیم و همکاران تحقیقات عددی در مورد پایداری احتراق، هنگامی که از یک حفره برای تزریق سوخت هیدروژن از طریق جریان لایه برشی استفاده می‌شود، انجام دادند [۶]. در تحقیق ایشان، حفره مورد توجه است. زیرا، جریان احیا در حفره شعله را پایدار نگه می‌دارد، در حالی که افزایش سرعت اختلاط، احتراق را بهبود می‌دهد. زیرا، جریان احیاکننده در حفره شعله را پایدار نگه می‌دارد، در حالی که افزایش سرعت اختلاط، احتراق را بهبود می‌دهد. همچنین، ایشان چندین حفره شیب‌دار با زاویه دیوار پستی مختلف را مورد ارزیابی قرار دادند. مطالعات ایشان نشان داد که نسبت مناسب انحراف به طول حفره، بازده احتراق و فشار کل را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

## دلایل تحقیق جدید

روش گردابه‌های بزرگ<sup>۱</sup>، که توسط وانگ انتخاب شده بود، اساساً برای مدل‌های سه‌بعدی طراحی شده است. همچنین، حل‌های طولانی و زمان‌بری نسبت به مدل‌های RANS<sup>۲</sup> دارد. با توجه به اینکه هندسه حفره‌ها ذاتاً دوبعدی است، برای یافتن مدل بهینه، مسئله با چند مدل مختلف حل می‌شود و بهترین مدل برای تحقیقات بعدی در مورد حفره‌های لایه برشی پیشنهاد می‌شود.

همان‌طور که از بررسی نتایج تحقیق روولی مشخص است، هنوز در مورد اثرات هندسه حفره روی رفتارهای لایه برشی توافقی حاصل نشده است. لذا، بعد از انتخاب بهترین مدل شکل هندسه را به شکل واقعی نزدیک کرده و نتایج حاصل به‌عنوان دست‌آورد جدید معرفی خواهد شد. همچنین، برای اعتبارسنجی حل، از داده‌های تجربی گروبر و دوستانش [۷،۸] استفاده خواهد شد.

## مدل‌سازی مسئله

### معادلات حاکم

از آنجا که جریان فراصوت است، برای محاسبه فشار و دمای دینامیکی سیال ورودی از معادلات زیر استفاده می‌شود.

1. Large Eddy Simulation  
2. Reynolds averaged navier stokes equations

محاسبه دمای دینامیکی جریان:

$$T_t = T \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \quad (1)$$

محاسبه فشار دینامیکی جریان:

$$p_t = p \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (2)$$

محاسبه سرعت جریان ورودی:

$$M \equiv \frac{v}{a} \quad (3)$$

که در آن:

$$a = \sqrt{\gamma g_c R T} \quad (4)$$

معادلات اساسی جریان نیز برای مسئله به‌طور دوبعدی حل می‌شود:

معادله بقای جرم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (5)$$

معادلات بقای تکانه:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} u) = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} V) = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (7)$$

معادله بقای انرژی:

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho e_0 + P) \vec{v}) = -\rho g w \quad (8)$$

که در آن  $e_0$  میانگین انرژی جنبشی ذره است و به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$e_0 = e + V^2/2 \quad (9)$$

## مدل‌های اغتشاشی

با توجه به مسئله جریان لایه برشی حفره، چهار مدل اغتشاشی زیر به‌کار گرفته شد تا مدل بهینه‌ای برای این مسئله تعیین شود.

## مدل اسپالارت-آلماراس

اسپالارت آلماراس<sup>۱</sup> مدلی یک‌معادله‌ای است که یک معادله انتقال، مدل‌سازی شده را برای انرژی جنبشی اغتشاشی حل می‌کند. مدل اسپالارت آلماراس، به‌طور خاص، برای کاربردهای هوافضا شامل جریان‌های محدود به دیوار طراحی شده است و نشان داده شده است که نتایج خوبی برای لایه‌های مرزی در معرض گرادیان‌های فشار معکوس می‌دهد. این مدل در کاربردهای مربوط به توربوماشین‌ها نیز در حال استفاده است.

## مدل RNG k - ε

این مدل در شکل ظاهری خود بسیار شبیه مدل k-ε استاندارد است. در واقع، این مدل همان مدل استاندارد با عبارت اضافی در معادله ε است که ضرایب متفاوتی نسبت به حالت استاندارد خود دارد.

معادلات کلی این مدل به صورت زیر است:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_j = \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_j \right]_j + G + B - \rho \varepsilon \quad (10)$$

1. Spalart-Almaras

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j k_j = \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_j \right]_j + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G + C_1 (1 - C_3) \frac{\varepsilon}{k} B - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - \frac{C_\mu \eta^3 [1 - \eta / \eta_0] \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \quad (11)$$

که در آن:

$$c\eta = S \frac{k}{\varepsilon} \quad (12)$$

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} = \frac{1}{2} (u_{ij} + u_{ji}) \quad (13)$$

### مدل Realizable- k-ε

این مدل در اعداد رینولدز بالا استفاده می‌شود و در جریان‌های همراه با جدایش نتایج بهتری نسبت به مدل استاندارد خود دارد که معادله کلی آن به صورت زیر است.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_j = \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_j \right]_j + G + B - \rho \varepsilon \quad (14)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \varepsilon_j = \left[ \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_j \right]_j + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G + C_1 (1 - C_3) \frac{\varepsilon}{k} B - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

### مدل SST- k- ω

این مدل از آمیخته شدن دو مدل قدرتمند k-ω و k-ε نتیجه شده است. یعنی، این مدل به طور هم‌زمان توانایی بالای مدل k-ω در نواحی با عدد رینولدز پایین و توانایی مدل k-ε در نواحی با عدد رینولدز بالا را دارد. در واقع، این مدل در نزدیک دیواره و نواحی دور از دیواره به خوبی عمل می‌کند. این خصوصیت باعث شده است تا این مدل در دسته وسیعی از جریان‌ها به طور دقیق عمل کند. معادلات کلی این مدل به صورت زیر است.

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j K) = P_K - D_K + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_K \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \omega) = \frac{\gamma}{\nu_t} P_K - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (17)$$

که در آن:

$$P_K = \min \left( \mu_t S^2, 10 D_k \right) \quad (18)$$

$$D_k = \beta^* \rho \omega K \quad (19)$$

در جریان فرا صوت:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (20)$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left[ \frac{\sqrt{K}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{\omega y^2} \right], \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} K}{C D_{K \omega} y^2} \right] \quad (21)$$

$$C D_{K \omega} = \max \left[ 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1, e^{-10} \right] \quad (22)$$

$$\mu = \min \left[ \frac{\rho K}{\omega}, \frac{a_1 \rho K}{S F_2} \right] \quad (23)$$

که در آن  $a=0.31$  و  $F_2$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (24)$$

$$\arg_2 = \max \left[ \frac{2 \sqrt{K}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{\omega y^2} \right] \quad (25)$$

ضرایب مورد استفاده در جریان فرا صوت نیز از مدل استاندارد k-ε و k-ω گرفته شده است که این ضرایب در زیر آورده شده‌اند:

$$\sigma_{K1} = 1.176, \sigma_{\omega 1} = 2.0, k = 0.41, \gamma_1 = 0.5532, \beta_1 = 0.075, \beta^* = 0.09, C_1 = 10$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \sigma_{\omega 2} = 1.168, k = 0.41, \gamma_2 = 0.4403, \beta_2 = 0.0828, \beta^* = 0.09$$

## مدل سازی مسئله

همان طور که گفته شد، در این تحقیق، دو موضوع بررسی شده است:

### الف) بررسی مدل های اغتشاشی گفته شده در بخش قبل و یافتن مدل بهینه از نظر دقت و سرعت

برای یافتن مدل بهینه برای شبیه سازی جریان لایه برشی حفره، معیاری نیاز داریم که نتایج مدل ها را با آن مقایسه کنیم. لذا، شرایط مسئله دقیقاً منطبق با آزمایش گروبر [۶،۵] در نظر گرفته شده است. یعنی، نسبت طول حفره به عمق آن ۳ و عمق حفره ۸/۹ میلی متر در نظر گرفته شد. جریان آزاد فراصوت یک جریان بدون حرارت با عدد ماخ ۳ و فشار و دمای کلی به ترتیب ۶۹۰ kpa و ۳۰۰ k است. در این مسئله، شرط عدم لغزش و شرایط آدیاباتیک اعمال شده برای همه دیواره ها و شرایط گرادیان صفر در مرز خروجی جریان اعمال می شود. برای مرز ورودی جریان فراصوت فقط شرایط مرزی فیزیکی اعمال شده است. شکل ۴ طرحواره هندسه در نظر گرفته شده توسط گروبر را نشان می دهد.

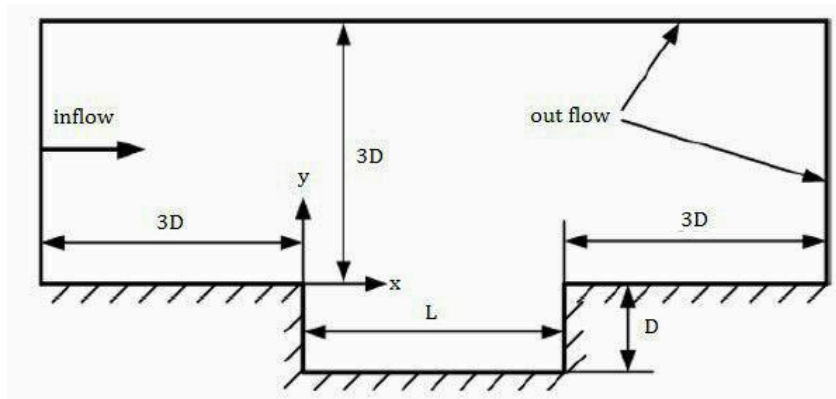


Figure 4- A schematic of the geometry considered by Gruber  
شکل ۴- طرحواره ای از هندسه در نظر گرفته شده توسط گروبر

همان طور که گفته شد، مدل فیزیکی و شرایط مرزی و اولیه دقیقاً همان فرضیات آزمایش گروبر در نظر گرفته شد. شکل ۵ مدل فیزیکی مسئله را نشان می دهد.

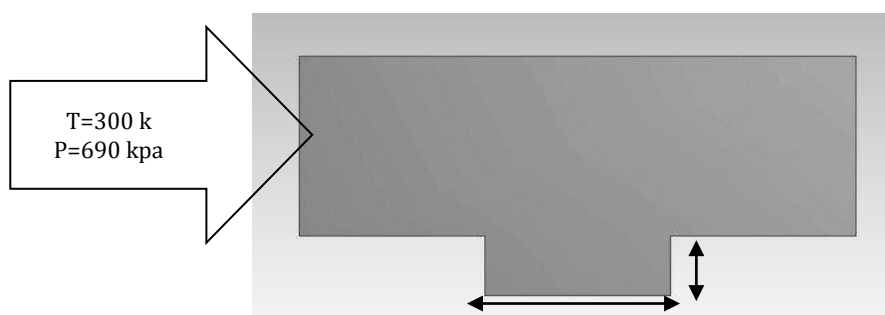


Figure 5- The physical model of the problem  
شکل ۵- طرحواره ای از مدل فیزیکی مسئله

### ب) بررسی تاثیر شکل هندسی حفره روی کانتور دما و پایداری شعله

همان طور که گفته شد، پایداری شعله در اسکرمجت وابسته به عملکرد بهینه حفره هاست، لذا، دو زاویه دیگر برای دیواره حفره در نظر گرفته و با اعمال همان شرایط مرزی و اولیه اثر شکل هندسه حفره بر نحوه توزیع دما و سرعت بررسی می شود.

شکل ۶ هندسه این دو حفره را نشان می‌دهد که برای دیواره سمت راست حفره دو زاویه ۳۰ و ۶۰ درجه نسبت به جهت مثبت محور X در نظر گرفته شده است.



Figure 6- Physical model of cavity with different angles  
شکل ۶- طرح‌های از مدل فیزیکی حفره با زاویه‌های مختلف

### شبکه‌بندی هندسه

اگر شبکه‌بندی مسئله درست انجام نشود، حجم بالایی از شبکه ایجاد خواهد شد که حل را طولانی خواهد کرد. همچنین، واضح است که داشتن تعداد بالای شبکه دلیل بر حل بهتر معادلات نیست. لذا، با تغییر شبکه‌بندی مسئله، به تعداد هدفمند از شبکه می‌توان رسید. در این هندسه، شبکه به صورت چهارضلعی کاملاً سازمان‌یافته اعمال شده است. کیفیت شبکه‌ها بسیار بالا بوده و مقدار کیفیت شبکه‌بندی<sup>۱</sup> نزدیک یک است. در شکل ۷ نمونه‌ای از شبکه‌بندی آورده شده است.

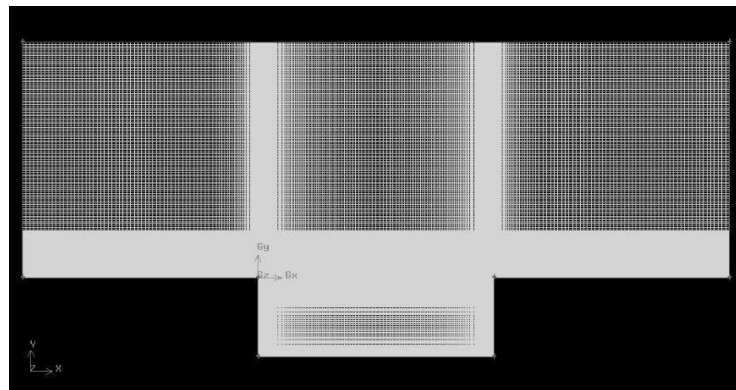


Figure 7- Mesh related to the physical model of the cavity with a 90 degree angle  
شکل ۷- شبکه‌بندی مربوط به مدل فیزیکی حفره با زاویه ۹۰ درجه

### تحلیل نتایج

#### اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی و انتخاب مدل بهینه، فشار استاتیکی روی دیواره در تمام مدل‌ها رسم شد تا با داده‌های تجربی گروبر مقایسه شود. شکل ۸ مقادیر تجربی گروبر و منحنی عبور داده‌شده از این مقادیر را نشان می‌دهد.

با انجام محاسبات، نمودار فشار بی‌بعد بر روی هر دیواره قابل استخراج است. اما، همان‌طور که می‌بینیم، در نمودار حاصل‌شده از آزمایش‌های گروبر فشار بی‌بعد استاتیکی برای این سه دیواره حفره، در کنار هم، رسم شده است. لذا، پس از محاسبه فشار هر دیواره، مقادیر به‌دست‌آمده برای سه دیواره در کنار هم رسم می‌شود. در شکل ۹، حل عددی توسط مدل‌های مختلف در کنار نتایج تجربی آمده است.

1. Orthogonal Quality (OQ)



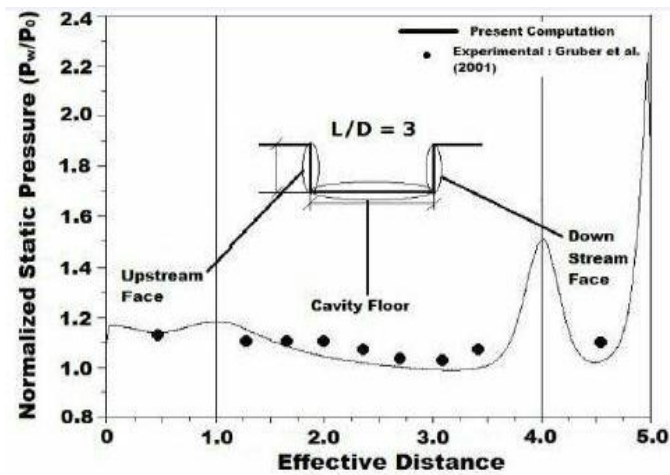


Figure 8- No-dimensional pressure diagram of the dimensionless length of the result of the experimental[5] results of Gruber and friends

شکل ۸- نمودار فشار بی بعد به طول بی بعد حاصل از نتایج تجربی گروبر و دوستان[۵]

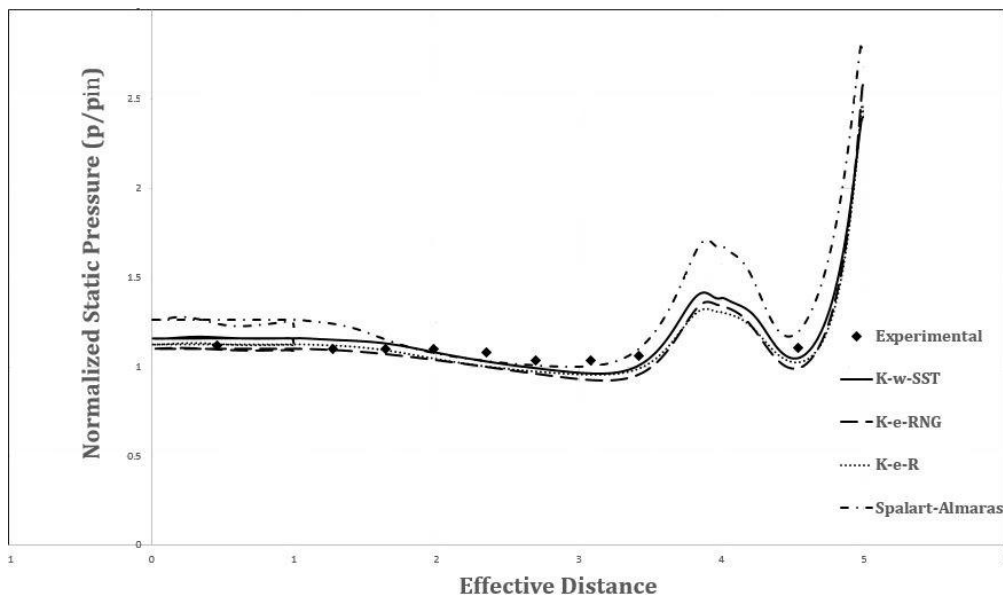


Figure 9- The non-dimensional pressure diagram for the non-dimensional length is described for turbulent models and comparison of them with experimental results

شکل ۹- نمودار فشار بی بعد به طول بی بعد برای مدل های اغتشاشی گفته شده و مقایسه آن ها با نتایج تجربی

از مقایسه این نمودارها با مقادیر تجربی ارائه شده توسط گروبر، مشاهده می شود که مقادیر محاسبه شده در همه مدل ها به نتایج گروبر نزدیک است، که این خود نشان دهنده اعتبار شبکه بندی انجام شده است. اما، برای یافتن مدل بهینه، با دقت در نتایج، واضح است که مدل اسپالارت-آلماراس در دیوار عمودی سمت چپ دارای نوسان و خطاست و نیز مدل های  $k-\epsilon$  RNG و  $k-\epsilon$  Realizable در محل دیواره زیرین از مقادیر تجربی فاصله دارد، ولی، مدل  $k-\omega$  SST به طور کامل بر داده های تجربی گروبر منطبق است. شکل ۱۰ تصویر عکس برداری شده ساختار جریان توسط گروبر و محاسبه شده توسط مدل  $k-\omega$  SST را نشان می دهد. شکل ۱۱ داده های حاصل از حل CFD با مدل  $k-\omega$  SST را در مقایسه با مقادیر تجربی گروبر نشان می دهد. نتایج این شکل دقت بالای مدل به کاررفته را نشان می دهد، که تنها در محل اتصال دیوار سمت چپ به دیوار زیرین خطای جزئی دارد.

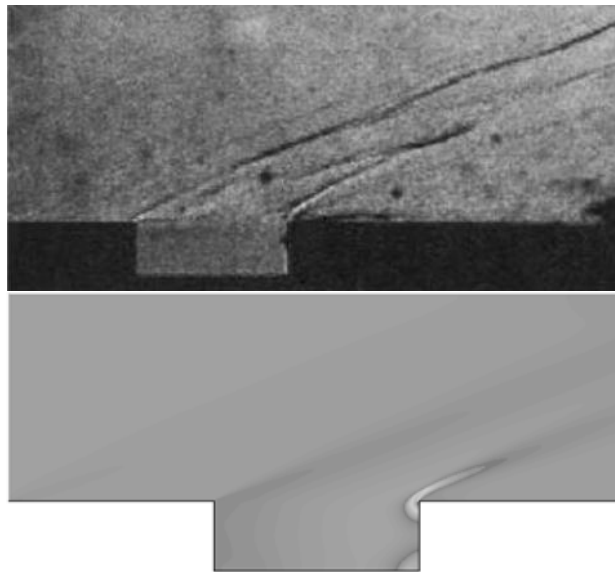


Figure 10- The actual graph image (figure above) and the calculated graph with the SST-k-w (bottom figure)  
 شکل ۱۰- ساختار جریان در تصویر واقعی (شکل بالا) و محاسبه شده با مدل SST-k-w (شکل پایین)

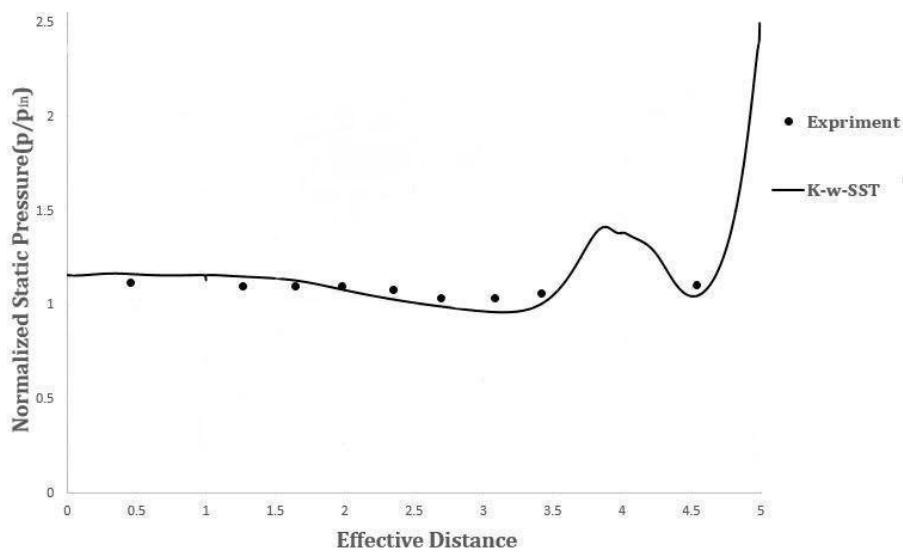


Figure 11- The non-dimensional pressure diagram for the non-dimensional length is described for turbulent  
 شکل ۱۱- مقایسه مقادیر تجربی با نتایج حل عددی

## نتایج و بحث

### تحلیل عملکرد حفره با زاویه ۹۰ درجه

پس از بررسی اعتبار شبکه بندی و تایید آن، ملاحظه شد که مدل SST-k- $\omega$  بهترین مدل برای حل این مسئله است. بنابراین، مسئله با استفاده از مدل اغتشاشی SST-k- $\omega$  حل شد. شکل ۱۲ کانتور فشار استاتیکی را برای عدد ماخ ۳ نشان می دهد. همان طور که در شکل ۱۲ مشاهده می شود، درون حفره ناحیه کم فشار ایجاد شده که منجر به ایجاد جریان اغتشاشی درون حفره شده و همین جریان چرخشی باعث احتراق پایدار خواهد شد. نکته دیگری که با ملاحظه این شکل نتیجه می شود افزایش فشار در گوشه های حفره است.

شکل ۱۳ کانتور سرعت را برای عدد ماخ ۳ نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رفت، سرعت در حفره گردابه‌ای بوده و افت جزئی در مسیر ایجاد می‌کند.

شکل ۱۴ کانتور دما را نشان می‌دهد. این شکل به‌وضوح تأثیر عملکرد حفره را در پایداری احتراق این نوع موتورها نشان می‌دهد؛ به این صورت که در اثر ایجاد جریان برشی و ورود هوا به حفره و ایجاد گردابه‌ها در آن، دما به‌شدت بالا می‌رود و یک منبع گرمایی همیشه فعال برای ادامه روند احتراق پایدار را پدید می‌آورد.



Figure 12- Static pressure contour for Mach number 3

شکل ۱۲- کانتور فشار استاتیکی برای عدد ماخ ۳



Figure 13- Non-dimensional velocity contour for Mach 3

شکل ۱۳- کانتور سرعت برای عدد ماخ ۳

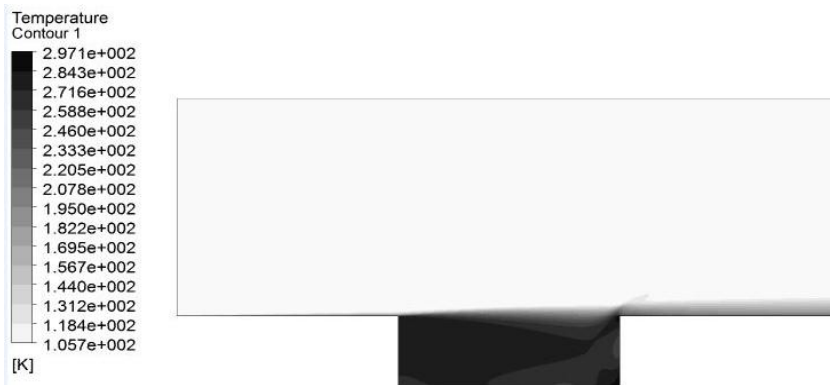


Figure 14- Temperature contour

شکل ۱۴- کانتور دما

### تحلیل عملکرد حفره با زاویه ۳۰ و ۶۰ درجه

در بخش قبل عملکرد حفره با زاویه ۹۰ درجه بررسی شد. در این بخش، برای بررسی فرضیه تاثیر تغییر زاویه دیواره حفره در عملکرد آن، دو زاویه ۳۰ و ۶۰ درجه برای دیوار سمت راست حفره در نظر گرفته شد. شکل ۱۵ کانتورهای سرعت را نشان می‌دهد. برای درک بهتر تاثیر زاویه حفره، کانتورهای زاویه‌های مختلف در کنار هم قرار داده شده است. ذکر این نکته لازم است که تمام نتایج با مدل اغتشاشی بهینه (SST-k- $\omega$ ) به دست آمده در این تحقیق ارائه شده است. در شکل ۱۵، ملاحظه می‌شود که هر چه زاویه به سمت ۹۰ درجه میل می‌کند، تاثیر حفره بر سرعت ورودی کمتر شده و جریان عبوری کمتر دچار افت سرعت می‌شود. توضیح این نکته لازم است که در محل حفره‌ها سرعت از اهمیت کمتری برخوردار است، زیرا در این محل‌ها، با ایجاد احتراق پایدار، برای ورودی نازل فشار بالا ایجاد می‌شود.

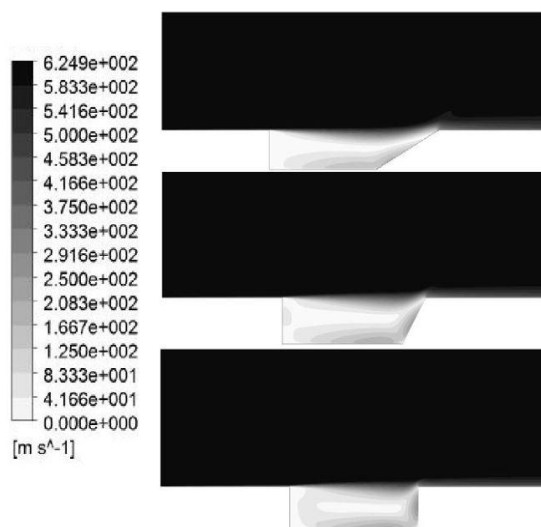


Figure 15- Comparison of speed contour for three angles (respectively from above) 30, 60 and 90 degrees

شکل ۱۵- مقایسه کانتور سرعت برای سه زاویه (به ترتیب از بالا) ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه

شکل ۱۶ کانتور دما را برای سه زاویه نشان می‌دهد. حفره‌ها با جذب بخشی از حرارت چرخه قبلی به احتراق کامل و پایدار چرخه بعد کمک می‌کنند. مقدار جذب حفره به گونه‌ای باید باشد که دما در حفره‌ها بالا رود، به طوری که چرخه بعدی از این حرارت استفاده کرده و به طور کامل بسوزد. با دقت در کانتور دما، مشخص است که در حفره با زاویه تند دما به شدت بالا می‌رود. مشاهده می‌شود که دما در حفره با زاویه ۳۰ درجه، به دلیل شدت جذب بالاتر، به شدت بالا رفته است و این زاویه تاثیر مثبتی برای احتراقی پایدار خواهد داشت.

برای مقایسه دقیق‌تر دما در حفره با زوایای مختلف، دما روی دیواره حفره در شکل ۱۷ رسم شده است. با بررسی میانگین دما روی سه زاویه مختلف، مشاهده می‌شود که دمای حفره در زاویه ۳۰ درجه بالاتر از دو زاویه دیگر است. با توجه به اینکه مساحت حفره‌ها در تمام زوایا ثابت است، به عبارتی دبی سیال ثابت است، از تحلیل‌های بالا می‌توان نتیجه گرفت، برای پایداری احتراق، زاویه ۳۰ درجه مطلوب‌تر است. زیرا، نفوذ بیشتر سیال باعث افزایش دما شده است که این همان هدف ایجاد حفره‌ها در اسکرم‌جت است.

ذکر این نکته لازم است که شرایط جنس و تحمل مواد به کاررفته در این نوع موتورها برای طراحی و انتخاب زوایا اهمیت دارد که باید مورد بررسی بیشتر قرار گیرد.

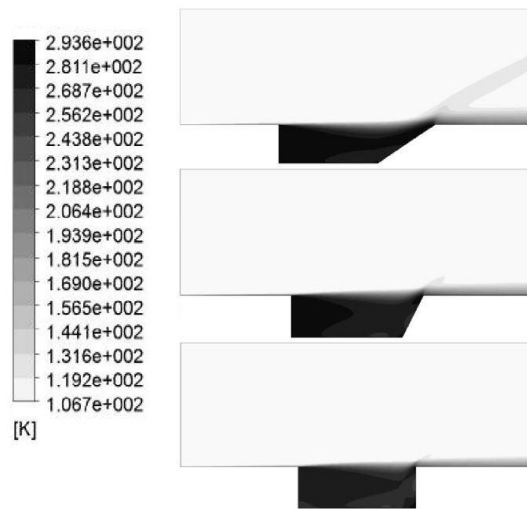


Figure 16- Comparison of temperature contours for three angles (respectively from above) 30, 60 and 90 degrees  
 شکل ۱۶- مقایسه کانتور دما برای سه زاویه (به ترتیب از بالا) ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه

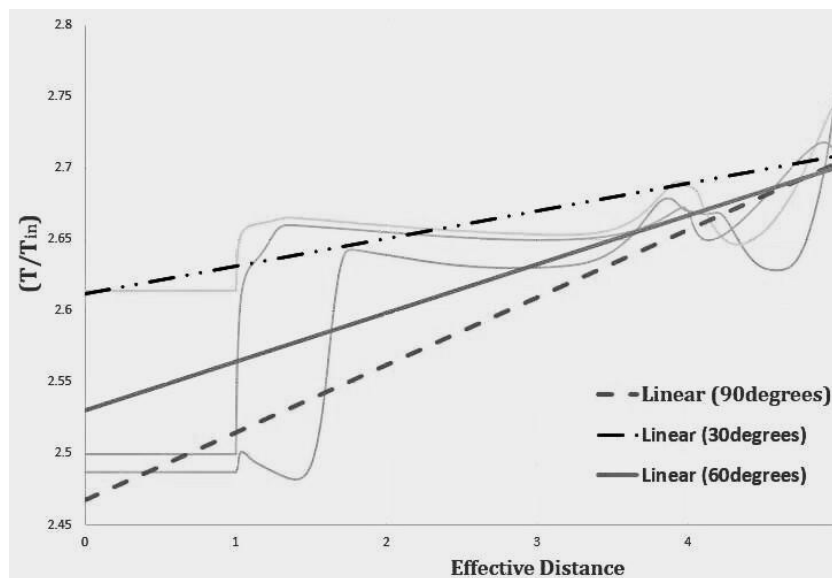


Figure 17- Comparing the temperature gradient on the cavity wall for three angles of 30, 60 and 90 degrees  
 شکل ۱۷- مقایسه شیب دما روی دیواره حفره برای سه زاویه ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه

## نتیجه گیری

در این تحقیق، ویژگی‌های لایه برشی حفره، که درک آن‌ها برای ایجاد احتراق پایدار برای عملکرد بهینه اسکرم‌جت‌ها حائز اهمیت زیادی است، بررسی شد. مدل‌های مختلف اغتشاشی مورد بررسی قرار گرفت تا دقیق‌ترین مدل تعیین شود. با توجه به ماهیت دوبعدی مسئله، مدل SST-k- $\omega$ ، به عنوان مدل بهینه، انتخاب شد که این دستاورد مهمی برای مدل‌سازی‌های آینده در مورد لایه برشی حفره است، زیرا دقت و سرعت محاسبه بالای این مدل باعث می‌شود که از مدل LES در این نوع مسائل کارآمدتر باشد.

در این تحقیق، همچنین سه زاویه مختلف برای دیوار عمودی پشت در نظر گرفته شد که نتایج حاصل حاکی از آن است که دما در حفره‌ها با زاویه تند به شدت بالا می‌رود که این نیز عامل مهمی در طراحی حفره خواهد بود و ممکن است محدودیت نقطه ذوب مواد به کاررفته انتخاب زاویه را تحت تاثیر قرار دهد. همچنین، سرعت در زاویه‌های کوچک‌تر افت بیشتری دارد که باعث افزایش فشار در آن نواحی خواهد شد و این موضوع مطلوب است. زیرا، افزایش فشار نشان از افزایش انرژی و آنتالپی دارد و به‌طور کلی در مرحله احتراق اسکرم جت، ایجاد فشار بیشتر برای ورودی نازل خروجی مطلوب است. البته، باید در نظر داشت، در هر مسئله، پارامترهای مختلفی، مثل زاویه کف حفره، زاویه گوشه‌ها و غیره، وجود دارد که برای رسیدن به طراحی بهینه، باید همه آن‌ها را لحاظ کرد که می‌تواند موضوع تحقیقات بعدی باشد.

## منابع

1. H. Wang, P. Li, M. Sun and J. Wei, "Entrainment characteristics of cavity shear layers in supersonic flows," *Acta Astronautica*, 137, 2017, pp.214-221.
2. P. E. Dimotakis "Two-dimensional shear-layer entrainment," *AIAA Journal*, 11, No. 24 , 1986, pp.1791-1796.
3. P. S. Lowery, W. C. Reynolds and N. N. Mansour "Passive scalar entrainment and mixing in a forced, spatially-developing mixing layer," *AIAA Paper* 87-0132, 1987.
4. C. W. Rowley, T. Colonius and A. J. Basu, "On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities," *Journal of Fluid Mechanics*, 455, 2002, pp. 315-346.
5. S. J. Beresh, J. L. Wagner and K. M. Casper, "Compressibility effects in the shear layer over a rectangular cavity [R]," *AIAA Paper* 2016-3313, 2016.
6. K. M. Kim, S. W. Baek and C. Y. Han, Numerical study on supersonic combustion with cavity-based fuel injection [J]," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, 2004, pp. 271-286.
7. T. Mathur, M. Gruber, K. Jackson, J. Donbar, W. Donaldson, T. Jackson, F. Billig, "Supersonic combustion experiments with a cavity-based fuel injector," *Journal of Propulsion and Power*, 17, No. 6, 2001, pp. 1305-1312.
8. M. R. Gruber, R. A. Baurle, T. Mathur, K. Y. Hsu, "Fundamental studies of cavity-based flame holder concepts for supersonic combustors," *Journal of Propulsion and Power*, 17, No. 1, 2001, pp. 146-153.

## English Abstract

### Studying wall shear layer in ultrasonic cavity flow using numerical simulation

Ali Mirmohammadi<sup>1\*</sup> and Saeed Rostaiy<sup>2</sup>

1- Assistant Professor, Department of mechanical engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran, a.mirmohammadi@srttu.edu

2- Master, Department of mechanical engineer, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran, rostaiy.saeed@gmail.com

\*Corresponding author

(Received: 2017.09.17, Received in revised form: 2017.12.18, Accepted: 2018.03.12)

Ultrasonic Ram-Jet and Scram-Jet are high technology engines in aerospace industries. Scram-Jet engines can achieve higher velocity than the common Ram-Jet engines, because the combustion in these engines occur in ultrasonic velocity. Combustion in ultrasonic velocity needs stability. Since cavities are very important in the stability of ultrasonic reacting flows, different parameters affecting the wall shear layer in ultrasonic cavity flow is investigated in this paper using numerical simulations with various turbulence modeling approaches. Firstly, the best turbulence model in accuracy and speed is introduced for wall shear layer solution in ultrasonic cavity flow. Then, the solution is used for various cavity wall angles and the results are presented, that show the SST-k- $\omega$  turbulence model is the best model in accuracy and speed for the problem under investigation. In addition, the results of different angles for back normal wall shows that in a cavity with steep angle, the temperature increases sharply. Therefore, the temperature is a very important parameter in indicating the value of the angle and the limitation of the melting point may affect the angle selection.

**Keywords:** Ram-Jet, Scram-Jet, Combustion Stability, SST-k- $\omega$  model, Cavity shear layer