

بررسی عددی دقت مدل‌های آشفستگی $k-\epsilon$ و $k-\omega$ در شبیه‌سازی محفظه احتراق بدون شعله

مهدی قمری^۱، محمدامین زمانی^۲، محمدحسن سعیدی^{۳*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، mahdi_ghamari@mech.sharif.edu

۲- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، zamani.m_amin@mech.sharif.edu

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، saman@sharif.edu

* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۲۹، دریافت آخرین اصلاحات: ۱۴۰۳/۰۶/۳۱، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۲۶)

چکیده: احتراق بدون شعله به عنوان یکی از جدیدترین روش‌های احتراق به منظور کاهش آلاینده‌های زیست محیطی و افزایش بازده در سیستم‌های احتراقی شناخته می‌شود. با این وجود انتخاب پارامترهای مناسب برای استفاده از این فناوری در موقعیت‌های مختلف، از طریق آزمایش یا شبیه‌سازی به دست می‌آید. یکی از چالش‌های اصلی در شبیه‌سازی احتراق بدون شعله، که در زیر مجموعه‌ی احتراق‌های آشفته قرار می‌گیرد، انتخاب مدل آشفستگی مناسب برای شبیه‌سازی است. در اغلب شبیه‌سازی‌ها از مدل آشفستگی $k-\epsilon$ و مدل دیواره استاندارد استفاده شده است، اما بایستی توجه داشت شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای مشعلی بوده که در ناحیه واکنش آن هیچ دیواری وجود نداشته است؛ اما زمانی که شبیه‌سازی در یک محیط بسته مانده کوره صورت می‌گیرد رژیم جریان نزدیک دیواره اهمیت بسزایی پیدا می‌کند به گونه‌ای که انتخاب مدل آشفستگی و دیواره مناسب در نتیجه نهایی اثر بسزایی دارد. در این پژوهش سعی شده است ضمن مطالعه کلی روی فیزیک جریان‌های آشفته و استخراج روابط مدل‌های عددی مختلف، انواع توابع و مدل‌های دیواره در دو مدل آشفستگی $k-\epsilon$ و $k-\omega$ مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در نهایت سه مدل به نام‌های، تابع دیواره استاندارد، معادله دیوار منتر-لچنر و $k-\omega$ SST با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد بیشترین خطا در مدل منتر-لچنر نسبت به نتایج آزمایشگاهی برابر با ۵ درصد است در حالی که در مدل $k-\omega$ SST بیشترین خطا برابر ۱۴ درصد است که بدترین نتایج را نسبت به سایر مدل‌های بررسی شده دارد. بنابراین بر اساس دقت و نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی می‌توان مدل منتر-لچنر را مدل مناسب‌تری نسبت به مدل دیوار استاندارد و $k-\omega$ SST در شبیه‌سازی‌های احتراق بدون شعله درون محفظه بسته دانست.

کلیدواژگان: احتراق بدون شعله، کوره‌ها، مدل آشفستگی، مدل دیواره در مدل‌های آشفستگی

مقدمه

رشد و نیاز جوامع به انرژی، منجر به افزایش مصرف سوخت‌های فسیلی شده است، به گونه‌ای که اثرات نامطلوب آن به صورت آلاینده‌های زیست محیطی، گرمایش جهانی و بلایای طبیعی اعم از سیل، خشک سالی و غیره نمود پیدا کرده است. بنابراین نیاز است راه‌حلی برای برطرف کردن نیاز روز افزون جوامع به انرژی و هم‌چنین کاهش اثرات نامطلوب آن ارائه شود. راهکارهای ارائه شده مانند انرژی‌های تجدیدپذیر به دلیل محدودیت‌هایی که دارند در حال حاضر نقش اندکی در تأمین انرژی ایفا می‌کنند. بنابراین هم‌چنان استفاده از سوخت‌های فسیلی به عنوان اصلی‌ترین گزینه برای تأمین انرژی یاد می‌شود. چنانچه پیش‌بینی می‌شود تا سال ۲۰۵۰، ۷۰ درصد انرژی موردنیاز از سوخت‌های فسیلی تأمین شود [۱]. اما پیش‌تر ذکر شد که استفاده از سوخت‌های فسیلی دارای اثرات نامطلوبی است که نیاز است تا حد ممکن از این اثرات کاسته شود. به همین منظور

محققان سعی کرده‌اند با به کار بردن روش‌های مختلف مانند احتراق چند مرحله‌ای^۱، سرد کردن شعله^۲، مشعل‌های چرخشی^۳ غیره تا حد ممکن راه حلی برای این مشکل پیداکنند [۲]. اما مسئله‌ای که وجود دارد این است که این روش‌ها نمی‌توانند همزمان هم بازدهی بالا و آلاینده‌گی کمی داشته باشند [۳]. به طوری که در احتراق مرحله‌ای با کاهش غلظت سوخت و اکسنده در ناحیه‌ی واکنش تولید آلاینده‌های CO و NO کاهش می‌یابد اما بازدهی نیز کاهش پیدا می‌کند، یا در روش کاهش دمای شعله با وجود کاهش تولید اکسیدهای نیتروژن، احتراق ناقص و ناپایداری مشاهده می‌شود. نقطه مقابل این روش‌ها روش مشعل‌های چرخشی است به طوری در این روش با وجود پایداری و عدم مشاهده احتراق ناقص، به دلیل متمرکز شدن ناحیه واکنش و به وجود آمدن نقاط دما بالا^۴ مکانیزم‌های تولید اکسیدهای نیتروژن فعال می‌شود [۴]. چالش تحقق همزمان بازدهی بالا و آلاینده‌ی کم تا سال ۱۹۹۰ میلادی ادامه داشت [۵]؛ تا اینکه محققانی از کشور آلمان و ژاپن مشاهده کردند تحت شرایطی معین می‌توان علاوه بر اینکه بازدهی بالایی داشته باشند آلاینده‌های کمی نیز تولید کنند [۶،۷]. این نوع از احتراق با نام‌های احتراق بدون شعله^۵ (FLC)، احتراق با هوای دما بالا (HiTAC^۶) یا احتراق با اکسیژن رقیق شده (MILD^۷) شناخته می‌شود [۳]. در واقع اختلاف اصلی احتراق بدون شعله با سایر فرایندهای احتراق در ناحیه واکنش است به عبارتی در احتراق بدون شعله ناحیه واکنش به جای اینکه در یک ناحیه متمرکز شود در کل ناحیه واکنش گسترش می‌یابد. گسترش ناحیه واکنش منجر به حذف نقاط دما بالا و گرادیان‌های شدید دمای، کاهش تولید گازهای آلاینده، کاهش تنش‌های حرارتی و آلودگی صوتی در سیستم‌های احتراق می‌شود [۸،۹،۱۰]. در بررسی‌های صورت گرفته برای دست‌یابی به احتراق بدون شعله، کاوالیر و همکاران در سال ۲۰۰۴ ذکر می‌کنند که دمای ورودی واکنش دهنده‌ها بایستی بالاتر از دمای خود اشتعالی مخلوط آن‌ها باشد و همچنین بیشینه افزایش دمای حاصل از واکنش نیز بایستی از دمای خود اشتعالی بیش‌تر شود [۱۱]. به این منظور محققان به بررسی پارامترهای موثر مختلفی پرداخته‌اند. در احتراق بدون شعله تکانه سوخت و اکسنده جزء پارامترهای مهم و اساسی است به صورتی که در این نوع احتراق، سوخت و اکسنده بایستی با تکانه بالا به ناحیه واکنش که دمایی بالاتر از دمای خود اشتعالی دارد تزریق شوند. تزریق جت‌های سوخت و هوا با تکانه بالا در ناحیه واکنش باعث در هم آمیخته شدن محصولات احتراق با واکنش دهنده‌ها، کاهش غلظت و پیش گرم شدن آن‌ها می‌شود. همچنین وجود جت‌های سوخت و هوا با تکانه بالا درون محفظه احتراق، مانند کوره‌ها، باعث افزایش بازچرخش محصولات احتراق در محفظه می‌شود؛ در نتیجه برای دست‌یابی به احتراق بدون شعله یک مقدار حداقل تکانه مورد نیاز است [۱۰،۱۱]. در محفظه‌های احتراق، علاوه بر دمای اولیه واکنش دهنده‌ها، شکل هندسی محفظه و فاصله‌ی قرارگیری نازل‌های سوخت و اکسنده بسیار مهم هستند؛ زیرا احتراق زمانی رخ می‌دهد که سوخت و اکسنده در کنار یکدیگر قرار بگیرند در این شرایط مهم است که واکنش دهنده‌ها پیش از اینکه شروع به واکنش کنند به خوبی رقیق و پیش گرم شوند که این شرط نیازمند هندسه کوره و جا نمایی مناسب نازل واکنش دهنده‌ها برای ایجاد بازچرخش مناسب است [۸،۱۲].

رقیق‌سازی واکنش دهنده‌ها به طور کلی به دو صورت داخلی و خارجی صورت می‌گیرد. در رقیق‌سازی خارجی معمولاً با افزودن افزودنی‌ها یا با اضافه کردن محصولات احتراق به واکنش دهنده‌ها پیش از ورود به ناحیه واکنش، غلظت آن‌ها را کاهش می‌دهند. بایستی توجه داشت که از رقیق‌سازی خارجی اغلب در مشعل‌ها استفاده می‌شود که بارزترین آن مشعل دالی است که اولین تلاش‌ها برای مدل‌سازی و شبیه‌سازی احتراق بدون شعله و بررسی اثر پارامترهای مختلف بر اساس همین مدل صورت گرفته است [۱۳]. تمام شبیه‌سازی‌های صورت گرفته بر پایه این مشعل که به بررسی پارامترهای مختلف مانند اثر

¹ Multi stage combustion

² Cooling flame

³ Swirl burner

⁴ Hot spot temperature

⁵ Flameless Combustion

⁶ High Temperature Air Combustion

⁷ Moderate or Intense Low oxygen Dilution

ضریب نفوذ مولکولی [۱۴]، اثر غلظت و دمای واکنش دهنده‌ها [۱۳]، اثر سینتیک‌های شیمیایی مختلف و مدل‌های آشفستگی [۱۵] می‌پردازد، بر اساس مدل آشفستگی $k-\varepsilon$ بوده است. اما بایستی توجه داشت که در این شبیه‌سازی‌ها واکنش در یک محیط باز رخ می‌دهد و در ناحیه واکنش دیواری وجود ندارد.

در ادامه توسعه کاربرد احتراق بدون شعله، پژوهشگران در سال ۲۰۰۹ مشاهده کردند که اگر تکانه واکنش دهنده‌ها به اندازه کافی بزرگ باشد نیازی به پیش گرم کردن واکنش دهنده‌ها نیست و با واکنش دهنده‌هایی با دمای محیط نیز می‌توان به احتراق بدون شعله دست پیدا کرد [۱۱]. در واقع در این شرایط اولین تلاش‌ها برای گسترش فناوری احتراق بدون شعله در محفظه احتراق صورت گرفت. در واقع مزیت عدم نیاز به پیش گرم کردن واکنش دهنده‌ها این است که به دلیل پیش گرم کردن واکنش دهنده‌ها، دمای بیشینه واکنش از محدوده‌ی ایمن عبور کرده و مکانیزم‌های تولید اکسید نیتروژن فعال می‌شوند در نتیجه مزیت احتراق بدون شعله که تولید مقدار کم آلاینده‌ها، مانند اکسید نیتروژن، است از بین می‌رود.

در تمامی شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در احتراق بدون شعله درون محفظه، چه آن‌هایی که دارای مبدل حرارتی هستند [۱۱، ۱۶، ۱۷] و چه آن‌هایی که فاقد مبدل حرارتی هستند [۱۸-۲۱]، از مدل $k-\varepsilon$ و مدل دیواره استاندارد^۱ استفاده شده است. اما باید توجه نمود که مدل $k-\varepsilon$ علی‌رغم توانایی بالایی که در پیش‌بینی جریان آشفته دارد در نزدیکی دیواره رفتار پایداری ندارد به همین منظور در این پژوهش سعی شده است با بررسی مدل‌های مختلف دیواره، مناسب‌ترین روش برای شبیه‌سازی احتراق درون محفظه یافت شود.

مدل آشفستگی $k-\varepsilon$

یکی از رایج‌ترین مدل‌های آشفستگی که براساس مدل گردابه‌ی اصطکاکی توسعه یافته است مدل $k-\varepsilon$ است. مدل $k-\varepsilon$ از دسته مدل‌های دو معادله‌ای است که در فضای صنعتی و دانشگاهی به دلیل جواب‌های قابل قبولی که پیش‌بینی می‌کند به طور گسترده استفاده می‌شود [۲۲].

در بررسی جریان آشفته مشاهده می‌شود که رفتار جریان در نزدیکی دیواره نسبت به دور از دیواره متفاوت است. در واقع در نزدیکی دیواره جریان آشفته متأثر از دیوار و شرط عدم لغزش، دچار تغییرات اساسی می‌شود. پس لازم است برای صحت شبیه‌سازی، معادلات نیز متناسب با شرایط موجود تغییر کند؛ یعنی در نزدیکی دیواره، معادلات مناسب با این شرایط استفاده شود. با نگاهی دقیق به لایه مرزی آشفته مشاهده می‌شود که می‌توان آن را به سه ناحیه زیرلایه لزجی^۲، زیرلایه میانی^۳ و زیرلایه کاملاً آشفته^۴ تقسیم کرد (شکل ۱). داخلی‌ترین لایه، بیرونی‌ترین لایه، زیرلایه کاملاً آشفته نامیده می‌شود که در این ناحیه نقش غالب را در معادلات تکانه و انرژی ایفا می‌کند. بیرونی‌ترین لایه، زیرلایه کاملاً آشفته نامیده می‌شود که در این ناحیه آشفستگی نقش غالب را دارد. هم‌چنین در زیرلایه میانی که بین لایه‌های کاملاً آشفته و زیرلایه لزجی قرار دارد، آشفستگی لزجت مولکولی هر دو مهم هستند [۲۳].

در استخراج معادلات حاکم در نزدیکی دیواره به طور عمومی دو دیدگاه وجود دارد: ۱- استفاده از معادلات دیواره و ۲- مدل‌های نزدیک دیواره. در مدل نزدیک دیواره، زیرلایه‌های لزجی و میانی به طور مستقیم حل نمی‌شوند و از روابط تجربی به منظور انتقال اطلاعات از دیوار به لایه‌های بالاتر جریان استفاده می‌شود اما در مدل دیواره تمام لایه‌ها به کمک معادلات مخصوص به خود حل می‌شوند (شکل ۲).

¹ Standard wall function

² Viscose sub-layer

³ Buffer layer

⁴ Fully turbulent layer

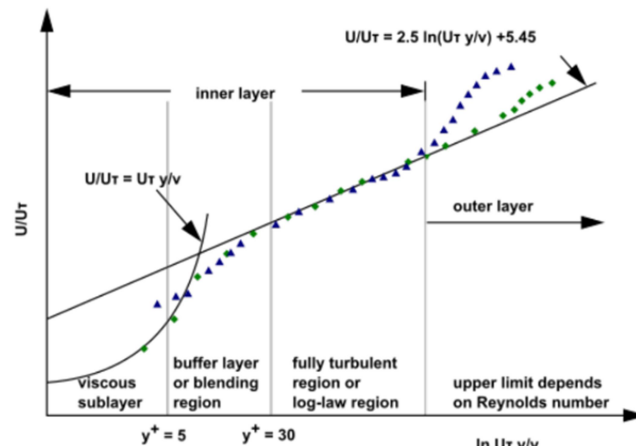


Figure 1- Subdivisions of turbulent boundary layer [24]
 شکل ۱- تقسیم‌بندی لایه مرزی آشفته در نزدیکی دیواره [۲۴]

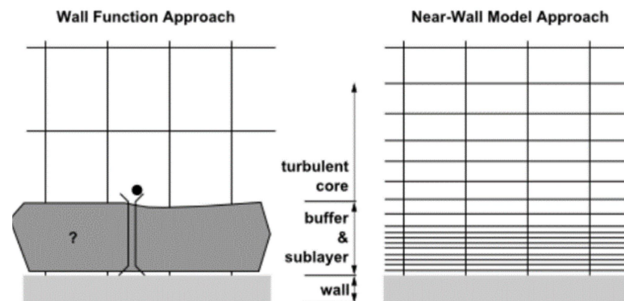


Figure 2- Operation difference between wall functions and wall models approach [24]
 شکل ۲- تفاوت مدل‌های توابع دیواره و نزدیک دیواره [۲۴]

یکی از رایج‌ترین مدل‌های آشفتگی، مدل $k-\varepsilon$ است. در این مدل آشفتگی، مدل‌های مختلف نزدیک دیواره و توابع دیواره معرفی شده است. در معادلات نزدیک دیواره می‌توان به مدل رفتار دیوار تقویت شده^۱ و منتر-لچنر^۲ و در توابع دیواره به توابع دیوار استاندارد^۳، مقیاس‌پذیر^۴ و غیرتعادلی^۵ اشاره نمود. بایستی توجه نمود که هر کدام از این روش‌ها ویژگی‌های منحصر به خودشان را دارد.

به‌طور کلی در توابع نزدیک دیواره فرض می‌شود که اولین سلول نزدیک دیوار در لایه لگاریتمی (محدوده $y^+ > 30$) قرار گرفته است و حد بالای آن بسته به اینکه عدد رینولدز جریان در چه محدوده‌ای باشد متغیر است. اما در تابع دیوار استاندارد زمانی که $y^+ < 15$ باشد نتایج به‌دست آمده دچار عدم قطعیت بسیاری می‌شود که برای حل این مشکل تابع دیواره مقیاس‌پذیر معرفی شده است. در این تابع دیواره، زمانی که $y^+ < 11.225$ است از تابع تجربی مخصوص به آن ناحیه و زمانی که $y^+ > 11.225$ باشد از تابع دیواره استاندارد استفاده می‌شود. در واقع با این کار تلاش شده است مشکل عدم قرارگیری اولین سلول در لایه لگاریتمی هنگام ریز کردن شبکه حل^۶ بر طرف شود. اما شایان توجه است که هر دو مدل قبلی به‌گرا دیان فشار در لایه مرزی

¹ Enhanced wall treatment
² Menter-Lechner
³ Standard wall functions
⁴ Scalable wall functions
⁵ Non-equilibrium wall functions
⁶ Mesh

حساس هستند و نمی‌توانند به خوبی عمل کنند. برای حل این مشکل تابع دیواره غیرتعادلی معرفی شده است تا این مشکل را تا حدودی بر طرف کند. اما بایستی توجه داشت که توابع دیواره برای شرایط خاصی توسعه یافته‌اند و زمانی که از شرایط ایده‌آل خود فاصله می‌گیرند عدم قطعیت‌هایی که در جواب می‌دهند بیش‌تر می‌شود. بنابراین لازم است لایه مرزی در هندسه‌های پیچیده که متأثر از عوامل مختلفی است، ترجیحاً به صورت مستقیم و با معادلات مناسب به جای توابع تجربی حل شوند.

برای حل مستقیم لایه مرزی در نزدیکی دیواره بایستی از مدل‌های نزدیک دیواره استفاده شود. معادلات مدل‌های دیواره مانند معادلات آشفتگی است با این تفاوت که در معادلات آن‌ها عبارات‌های اضافه‌ای وجود دارد تا اثر آشفتگی را در نزدیکی دیواره خنثی کند. در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ دو مدل نزدیک دیواره وجود دارد: ۱- مدل دیواره تقویت شده و ۲- مدل منتر-لچنر. با توجه به اینکه معادلات نزدیک دیواره با معادلات آشفتگی کمی متفاوت هستند، لازم است به وسیله مکانیزم مناسبی معادلات دیواره در نزدیکی دیواره فعال شوند. در مدل دیواره تقویت شده، مکانیزمی که معادلات نزدیک دیواره را در نزدیکی دیواره فعال می‌کند عدد رینولدز آشفته^۱ است. به عبارتی، زمانی که عدد رینولدز آشفته در محدوده معینی قرار بگیرد معادلات نزدیک دیواره فعال می‌شود. اما مشکل این نوع معیار فعال‌سازی این است که در جریان‌های پیچیده، در میانه جریان جایی دور از دیواره، عدد رینولدز آشفته ممکن است در محدوده‌ای قرار بگیرد که معادلات نزدیک دیواره را فعال کند؛ در حالی که در آن محدوده، دیواری وجود ندارد که باعث ایجاد پاسخ‌های نادرست در شبیه‌سازی شود. اما در مقابل، مدل منتر-لچنر از معیار y^+ استفاده می‌کند که مشکل فعال شدن معادله دیواره در جای نادرست را ندارد. هم‌چنین این مدل به y^+ حساس نیست؛ یعنی اگر y^+ نزدیک به یک یا کوچک‌تر از آن باشد از معادلات مدل نزدیک دیواره استفاده می‌کند و اگر در محدوده‌ی توابع دیواره باشد از آن توابع استفاده می‌کند. به عبارتی حساسیتی به ریز و درشت شدن شبکه حل در مراحل تولید شبکه ندارد و جواب‌های به دست آمده از آن اعتماد پذیری بالاتری نسبت به سایر مدل‌ها و روش‌ها دارد [۲۴،۲۵].

با توجه به این شرایط، مدل منتر-لچنر نزدیک دیواره نسبت به سایر موارد گزینه بهتری در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ برای شبیه‌سازی جریان درون محفظه است. بنابراین در این پژوهش به بررسی اثر تابع دیواره استاندارد که در شبیه‌سازی‌های احتراق رایج است با مدل دیواره منتر-لچنر پرداخته می‌شود.

مدل آشفتگی $k-\omega$

مدل $k-\omega$ از دیگر مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای است که به طور گسترده در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود. به طور کلی مدل آشفتگی $k-\omega$ همانند مدل $k-\varepsilon$ است. به عبارتی معادله انتقال انرژی جنبشی آشفتگی در هر دو یکسان است و در معادله‌ی اتلاف نیز از نظر ظاهری با هم تفاوت دارند. در واقع ω تبدیل یافته‌ی ε با ضریب اصلاح شده است به همین منظور می‌توان آن را از معادله‌ی اتلاف ε استخراج نمود. لازم به ذکر است که معادله به دست آمده برای ω ، مانند ε ، معادله‌ی دقیقی نیست؛ زیرا خود معادله ε نیز به وسیله یک همانند سازی^۲ از رابطه‌ی انتقال انرژی جنبشی آشفتگی به دست می‌آید [۲۶]. به طور کلی مدل $k-\omega$ دارای سه زیر مدل Standard، BSL^۳ و SST^۴ است. در تمامی این زیر مدل‌ها معادلات انتقال انرژی جنبشی آشفتگی و اتلاف یکسان است اما آن‌ها تمایز ایجاد می‌کند انتقال تدریجی معادله آشفتگی $k-\omega$ در نزدیکی دیواره به معادله $k-\varepsilon$ هم‌زمان با فاصله گرفتن از دیواره در مدل‌های BSL و SST نسبت به Standard است. هم‌چنین در زیر مدل SST رابطه‌ای که برای محاسبه‌ی ضریب لزجت استفاده می‌شود نسبت به دو زیر مدل دیگر متفاوت است.

¹ Turbulent Reynolds

² Analogy

³ Baseline

⁴ Shear-Stress Transport

در مدل $k-\omega$ standard از معادلات انتقال انرژی آشفته‌گی و اتلاف استفاده می‌شود. نقطه ضعف این مدل این است که در خارج لایه مرزی عملکرد مناسبی ندارد و به جریان آزاد حساس است و نتایج مناسبی به خصوص در جریان‌های برشی آزاد به دست نمی‌آورد در حالی که در لایه مرزی در نزدیکی دیواره به خوبی عمل نمی‌کند. برای حل این مشکل، منتر [۲۷] زیر مدل BSL ارائه می‌دهد؛ به این صورت که معادلات $k-\omega$ و $k-\varepsilon$ در یک تابع فعال‌سازی ضرب شده‌اند تا در زمانی که در نزدیکی دیواره معادله $k-\omega$ فعال می‌شود و به تدریج با فاصله گرفتن از دیواره از $k-\omega$ به $k-\varepsilon$ معادلات تغییر کند. هم‌چنین ضرایب ثابت موجود در زیر مدل BSL نسبت به مدل Standard اصلاح شده‌اند تا به بهبود نتایج کمک کنند. از بین تمامی زیر مدل‌های $k-\omega$ ، مدل SST نسبت به بقیه شناخته شده‌تر است به طوری که در اغلب کارهای مربوط به انتقال حرارت، جدایش جریان، شبیه‌سازی ایر فویل و غیره استفاده از این مدل پیشنهاد می‌شود. در واقع آن چه باعث بهبود دقت و عملکرد این مدل نسبت به مدل BSL می‌شود استفاده از تنش برشی آشفته‌گی در رابطه‌ی لزجت آشفته‌گی است [۲۴].

حال با توجه به توضیحات ارائه شده در قسمت مدل آشفته‌گی $k-\varepsilon$ ، به دلیل شکل هندسی نازل‌های سوخت، ضریب $C_{\varepsilon 1}$ از $1/44$ به $1/6$ اصلاح شده است [۲۸]. بنابراین لازم است ضریب معادل $C_{\varepsilon 1}$ در فرم ω یافت شود. به عبارتی بایستی توجه داشت که معادله مدل $k-\varepsilon$ در مدل $k-\omega$ به فرم ω نوشته شده است. رابطه بین ω و ε به صورت $\varepsilon = C_{\mu} k \omega$ است؛ بنابراین لازم است نحوه تبدیل معادله $k-\varepsilon$ به فرم ω در نرم افزار فلونت مورد بررسی قرار گیرد.

به طور کلی به دو روش می‌توان معادله به فرم $k-\omega$ را به دست آورد. در روش اول از رابطه‌ی همانندسازی شده بین معادله انتقال انرژی جنبشی آشفته‌گی و اضمحلال انرژی جنبشی آشفته‌گی استفاده می‌شود و رابطه‌ای که از این روش به دست می‌آید فرم ω معادله $k-\varepsilon$ است. در روش دوم با توجه به اینکه بین ε و ω رابطه وجود دارد معادله $k-\varepsilon$ به طور مستقیم به ω تبدیل می‌شود. با توجه به توضیحات ارائه شده لازم است نحوه استخراج معادلات نمایش داده شود. به این منظور، در ابتدا معادله انتقال انرژی جنبشی آشفته‌گی نشان داده می‌شود و به کمک آن سایر معادلات استخراج می‌شود.

فرم مدل شده عبارت‌های معادله انتقال انرژی جنبشی آشفته‌گی برابر است با:

$$\frac{Dk}{Dt} = \overbrace{v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}^{P_k} - \varepsilon + \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}^{\pi_k + D_k} \quad (1)$$

P_k : عبارت تولید کننده انرژی جنبشی آشفته‌گی

π_k : عبارت نفوذ فشار آشفته‌گی

D_k : عبارت نفوذ

ε : عبارت از بین برنده انرژی جنبشی آشفته‌گی

بنابراین:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

حال به کمک همانندسازی، رابطه‌ی کلی برای عبارت از بین برنده انرژی جنبشی آشفته‌گی برابر است با:

$$\frac{D\phi}{Dt} = P_{\phi} - \Phi_{\phi} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_{\phi}} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = C_{\phi 1} \frac{\phi}{k} P_k - C_{\phi 2} \frac{\phi}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

برای به دست آوردن معادلات اتلاف به فرم ε و ω کافی است در رابطه‌ی (۴) به جای ϕ ، ε یا ω قرار داده شود. رابطه‌ی به دست آمده برای معادلات ε و ω حاصل از این روش برابر است با:

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - C_{\omega 2} \frac{\omega}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

$$(7) \varepsilon = C_\mu k \omega$$

انکون با جای‌گذاری رابطه‌ی (۷) در رابطه‌ی (۶) نتیجه می‌شود:

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - C_{\omega 2} C_\mu \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

یا

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - C_{\omega 2} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (9)$$

بایستی توجه داشت که معادلات (۵) و (۹) از روش همانندسازی به دست آمده‌اند و هم‌چنین این دو معادله، معادل یکدیگر هستند به عبارتی زمانی که از دیواره فاصله گرفته می‌شود از رابطه (۹) به عنوان معادله k - ε که در فرم ω نوشته شده است، استفاده می‌شود. با توجه به اینکه بین ε و ω به کمک عبارت (۷) رابطه وجود دارد لازم است معادله k - ω به طور مستقیم استخراج شود.

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{D}{Dt} \left(\frac{\varepsilon}{C_\mu k} \right) = \frac{1}{C_\mu k} \frac{D\varepsilon}{Dt} - \left(\frac{\varepsilon}{C_\mu k} \right) \frac{1}{k} \frac{Dk}{Dt} \quad (10)$$

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \quad (11)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{C_\mu k} \frac{D\varepsilon}{Dt} - \frac{\omega}{k} \frac{Dk}{Dt} \quad (12)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \left[\frac{1}{C_\mu k} P_\varepsilon - \frac{\omega}{k} P_k \right] - \left[\frac{1}{C_\mu k} \phi_\varepsilon - \frac{\omega}{k} \varepsilon \right] + \left[\frac{1}{C_\mu k} \pi_\varepsilon - \frac{\omega}{k} \pi_k \right] + \left[\frac{1}{C_\mu k} D_\varepsilon^T - \frac{\omega}{k} D_k^T \right] + \left[\frac{1}{C_\mu k} \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} - \frac{\omega}{k} \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x^2} \right] \quad (13)$$

حال لازم است هر کدام از عبارت‌ها به طور جداگانه بررسی شوند. در ادامه به ترتیب عبارت‌های تولید^۱، اضمحلال^۲، نفوذ گرانی^۳ و نفوذ آشفتگی^۴ مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

¹ Production

² Dissipation

³ Viscous diffusion

⁴ Turbulent diffusion

عبارت تولید عبارت است از:

$$P_\omega = \frac{1}{C_\mu k} P_\varepsilon - \frac{\omega}{k} P_k = \frac{1}{C_\mu k} C_{\varepsilon 1} \frac{\omega}{k} P_k - \frac{\omega}{k} P_k = (C_{\varepsilon 1} - 1) \frac{\omega}{k} P_k \quad (14)$$

عبارت اضمحلال:

$$(\phi_\omega) = \frac{1}{C_\mu k} \phi_\varepsilon - \frac{\omega}{k} \varepsilon = \frac{1}{C_\mu k} C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - \frac{\omega}{k} \varepsilon = (C_{\varepsilon 2} - 1) C_\mu \omega^2 \quad (15)$$

عبارت نفوذ گرانی:

$$D_\omega^v = \frac{1}{C_\mu k} v \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j^2} - \frac{\omega}{k} v \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} = \frac{v}{k} \frac{\partial^2 \omega k}{\partial x_j^2} - \frac{\omega v}{k} \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} = \frac{v}{k} \left[2 \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \omega \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} + k \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} \right] - \frac{\omega v}{k} \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} = \frac{2v}{k} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \dots$$

$$\dots + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (16)$$

عبارت نفوذ آشفتگی:

$$D_\omega^T = \frac{1}{C_\mu k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - \frac{\omega}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \omega k}{\partial x_j} \right) - \frac{\omega}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \dots$$

$$= \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \left(k \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \omega \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right) - \frac{\omega}{k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) =$$

با فرض ثابت بودن عدد اشمیت (Sc):

$$= \frac{1}{\sigma_\varepsilon k} \left[v_t \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + k \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + k v_t \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} + v_t \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \omega \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \omega v_t \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \right] - \frac{\omega}{k \sigma_k} \left[\frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + v_t \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \right] = \dots$$

$$\dots = \frac{2v_t}{\sigma_\varepsilon k} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k} \left(\frac{1}{\sigma_\varepsilon} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} + \frac{v_t \omega}{k} \left(\frac{1}{\sigma_\varepsilon} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} \quad (17)$$

با توجه به اینکه مشتق گرانی در رابطه (۱۷) وجود دارد لازم است از رابطه‌ی آن مشتق گرفته شود و در رابطه‌ی (۱۹) جایگزین شود.

$$v_t = \frac{k}{\omega} \quad (18)$$

$$\frac{\partial v_t}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{\omega} \right) = \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{k}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (19)$$

همان طور که مشاهده می‌شود در رابطه‌ی (۱۷) به طور صریح عبارت نفوذ آشفتگی مشاهده نمی‌شود، برای این منظور کافی است عبارت زیر مرتب شده و در رابطه (۱۷) قرار گیرد:

$$\frac{1}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (20)$$

با جایگذاری روابط (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) در رابطه‌ی (۱۷) و مرتب کردن آن، رابطه‌ی نفوذ لزجت حاصل می‌شود:

$$D_{\omega}^T = \frac{v_t}{k} \left(\frac{1}{\sigma_{\varepsilon}} + \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{1}{k} \left(\frac{1}{\sigma_{\varepsilon}} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{v_t \omega}{k} \left(\frac{1}{\sigma_{\varepsilon}} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (21)$$

می‌توان با جمع کردن روابط (۱۴) تا (۱۶) و (۲۱) شکل گسترده رابطه‌ی (۱۳) را به دست می‌آورد:

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} = & (C_{\omega 1} - 1) \frac{\omega}{k} P_k - (C_{\varepsilon 2} - 1) C_{\mu} \omega^2 + \frac{1}{k} \left(2\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{\omega}{k^2} \left(\frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} - \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \right)^2 + \dots \\ & \dots + \frac{\omega}{k} \left(\frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} - \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

بایستی توجه داشت که معمولاً پارامترهای σ_{ω} و σ_k با یکدیگر برابر در نظر گرفته می‌شوند و هم‌چنین در عبارت سوم، به دلیل کوچک بودن مقدار گرانشی مولکولی نسبت گرانشی آشفتگی می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین با اصلاح رابطه (۲۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{D\omega}{Dt} = (C_{\varepsilon 1} - 1) \frac{\omega}{k} P_k - (C_{\varepsilon 2} - 1) C_{\mu} \omega^2 + \frac{1}{k} \left(\frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (23)$$

یا به عبارت دیگر رابطه (۲۳) برابر می‌شود با:

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k + C_{\omega 2} \omega^2 + CD + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (24)$$

$$C_{\omega 1} = (C_{\varepsilon 1} - 1) \quad (25)$$

$$C_{\omega 2} = (C_{\varepsilon 2} - 1) C_{\mu} \quad (26)$$

$$CD = \frac{2}{\sigma_{\omega}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (27)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود تنها تفاوت رابطه‌ی (۲۴) با (۹) وجود عبارت CD است. وجود همین عبارت باعث می‌شود که در نزدیکی دیواره معادله $k-\omega$ رفتار بهتری داشته باشد و خاصیت‌های نزدیک دیواره را بهتر پیش‌بینی نماید [۲۲]. لذا به‌منظور اینکه این عبارت در نزدیکی دیواره وجود داشته باشد و با فاصله گرفتن از دیواره اثر آن از بین رود، این عبارت در تابع فعال‌سازی ضرب می‌شود. در نتیجه رابطه کلی برابر است با:

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k + C_{\omega 2} \omega^2 + (1 - F) CD + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (28)$$

خاصیت تابع فعال‌سازی به این صورت است که در نزدیکی دیواره عدد صفر اختیار می‌کند و زمانی که از دیواره فاصله می‌گیرد عدد آن برابر با یک خواهد شد. با توجه به اینکه با فعال شدن تابع فعال‌سازی معادله تغییر می‌کند لازم است مقدار ضرایب ثابت نیز تغییر کند بنابراین نحوه تغییر ضرایب ثابت بایستی مورد بررسی قرار گیرد. در نرم‌افزار انسیس فلونت^۱ مدل SST نسبت به سایر مدل‌ها کاربرد بیش‌تری دارد و برای شبیه‌سازی کوره‌ها گزینه مناسب‌تری است. لذا ضرایب مدل SST در این قسمت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

^۱ ANSYS Fluent

ضریب اشمیت:

$$\sigma_{\omega} = \frac{1}{\frac{F}{\sigma_{\omega 1}} + \frac{(1-F)}{\sigma_{\omega 2}}} \quad (29)$$

$$C_{\omega 1} = \frac{\alpha_{\infty} \alpha^*}{\nu_t} \quad (30)$$

$$\alpha_{\infty} = F \alpha_{\infty 1} + (1-F) \alpha_{\infty 2} \quad (31)$$

$$\alpha_{\infty 1} = \frac{\beta_{i1}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega 1} \sqrt{\beta_{\infty}^*}} \quad (32)$$

$$\alpha_{\infty 2} = \frac{\beta_{i2}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega 2} \sqrt{\beta_{\infty}^*}} \quad (33)$$

$$C_{\omega 2} = \beta \quad (34)$$

$$\beta = F \beta_{i,1} + (1-F) \beta_{i,2} \quad (35)$$

$$\kappa = 0.41 \quad (36)$$

Table 1- Constant coefficients of k- ω SST

جدول ۱- ضرایب ثابت در رابطه‌ی k- ω SST

	$C_{\omega 1}$	$C_{\omega 2}$	σ_{ω}	C_{μ}
k- ω	5/9	3/40	2	0.09
k- ϵ	0.44	0.0828	1.17	0.09

لازم به توجه است که به دلیل دایره‌ای شکل بودن نازل‌ها لازم است که ضریب $C_{\epsilon 1}$ در معادله‌ی k- ϵ از ۱/۴۴ به ۱/۶ اصلاح شود [۲۸]. با توجه به اینکه در معادله k- ω SST، معادله مدل k- ϵ به فرم ω نوشته شده است معادل $C_{\epsilon 1}$ رابطه‌ی (۲۵) است. اما در نرم افزار انسیس فلونتت معادل رابطه‌ی $C_{\epsilon 1}$ به صورت رابطه‌ی (۳۲) تعریف شده است لذا برای اصلاح آن نیاز به تغییر سایر ضرایب است، اما به دلیل اینکه این ضرایب خود در روابط دیگر استفاده شده‌اند تغییر هر کدام باعث تغییر سایر ضرایب نیز خواهد شد که مطلوب مسئله نیست. بنابراین آن‌طور که مشخص است با این شرایط امکان اصلاح معادل ضریب $C_{\epsilon 1}$ در نرم‌افزار انسیس فلونتت در مدل k- ω SST بدون اینکه سایر ضرایب دستخوش تغییر شوند وجود ندارد. با این وجود با همین شرایط شبیه‌سازی صورت خواهد گرفت تا اثر عدم اصلاح ضریب موردنظر و همچنین عملکرد مدل مورد ارزیابی قرار گیرد.

شبیه‌سازی و مقایسه با نتایج تجربی

برای شبیه‌سازی و اعتبارسنجی نتایج با داده‌های تجربی از مرجع [۲۱] استفاده شده است که ابعاد و مشخصات هندسی آن در شکل ۳ آورده شده است. برای شبیه‌سازی مطابق شرایط ورودی آزمایش عمل شده است به این صورت که ورودی سوخت گاز متان با درصد حجمی ۹۹ درصد، سرعت ورودی ۹/۳۲ متر بر ثانیه و دمای ۳۰۰ کلوین است هم‌چنین اکسنده‌ی آن هوا با نسبت هم ارزی ۰/۸ تنظیم شده است (جدول ۲). با توجه به هندسه و سرعت‌های سوخت و اکسنده، جریان آشفته است به همین منظور از مدل‌های آشفته‌گی k- ω ، k- ϵ و تابع دیواره استاندارد و مدل نزدیک دیواره منتر-لچنر به طور مجزا استفاده شده است. بایستی توجه داشت که به دلیل سطح مقطع دایره‌ای شکل نازل‌های سوخت و هوا لازم است ضریب $C_{\epsilon 1}$ برای شبیه‌سازی درست جریان برشی آزاد از ۱/۴۴ به ۱/۶ اصلاح شود [۲۸]. هم‌چنین برای مدل‌سازی برهم‌کنش آشفته‌گی و واکنش شیمیایی از مدل اتلاف گردابه‌ای بنیادی^۱ استفاده شده است [۱۹-۲۱]. با توجه به این که احتراق یک واکنش شیمیایی است لازم است

¹ Eddy Dissipation Concept (EDC)

که مکانیزم شیمیایی مناسب با آن استفاده شود بنابراین از بین تمامی مکانیزم‌های شیمیایی کامل و اسکلتال^۱ از مکانیزم شیمیایی GRI3.0 در این شبیه‌سازی استفاده شده است تا کم‌ترین خطا ناشی از مکانیزم شیمیایی در مسئله ورود کند. از بین روش‌های انتقال حرارت، هر سه هدایت، جابجایی و تشعشع در احتراق اهمیت دارند. به همین منظور برای مدل‌سازی انتقال حرارت تشعشعی از مدل جهات گسسته (DO^۲) به همراه مدل ضریب جذب (WSGGM^۳) استفاده شده است. در این مدل فرض می‌شود ضریب جذب، تابعی از دما و غلظت است. همچنین با توجه به مشخصات کوره که در دیواره‌ی آن دو لایه عایق وجود دارد از روابط مقاومت حرارتی استفاده شده است تا یک ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی معادل با آن‌ها در مرز دیوار در شبیه‌سازی اعمال شود.

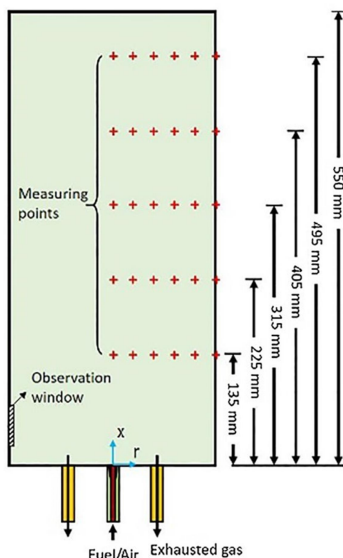


Figure 3- Furnace geometry that has been used in the experiment[18]

شکل ۳- طرح‌واره شکل هندسی کوره مورد آزمایش [۱۸]

Table 2- Fuel and air inlet parameters for simulation [21]

جدول ۲- پارامترهای ورودی سوخت و هوا برای شبیه‌سازی [۲۱]

Parameters	Fuel	Air
Chemical compounds	%99 CH ₄	%79N ₂ +%21O ₂
Temperature(K)	300	300
Velocity (m/s)	9.32	22.38
Excess air	$\lambda=1.25$	

برای بررسی همگرایی شبیه‌سازی، علاوه بر معیار باقی مانده‌ها، نمودار تغییرات غلظت CO، H₂O، N₂ در سه مقطع مختلف و تغییرات دمای بیشینه مورد بررسی قرار گرفته است. زمانی که تغییرات دمای بیشینه کم‌تر از ۰/۱ کلوین و تغییرات غلظت گونه‌ها نیز کم‌تر از ۰/۰۰۱ باشد همگرایی حاصل شده است.

شبکه‌بندی هندسه‌ی موردنظر به صورت سازمان یافته صورت گرفته است (شکل ۴). زیرا کیفیت شبکه بر روی نتایج اثر به‌سزایی دارد به همین منظور شبکه‌ی سازمان یافته‌ی مناسب‌تری نسبت به شبکه‌ی مثلثی از نظر دقت و هزینه‌ی محاسباتی است. در گام بعدی برای بررسی استقلال از شبکه، شبکه‌ی هندسه‌ی موردنظر سه مرحله ریزتر شده است؛ به طوری که تعداد المان‌های موجود در هر مرحله به ترتیب ۵۰ هزار، ۶۵ هزار و ۸۵ هزار است. نتایج به دست آمده برای مش‌های تولید

¹ Skeletal

² Discrete Ordinates

³ Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model

شده به همراه نتایج آزمون تجربی مقاله مرجع (نقاط قرمز) در شکل ۶ نشان داده شده است. اما لازم به توجه است بایستی برای هر سه مدل بررسی استقلال از شبکه صورت پذیرد؛ زیرا زمانی که یک شبکه برای یک مدل مناسب باشد الزاماً برای مدل دیگر مناسب نیست به همین منظور استقلال از شبکه برای هر مدل بایستی جداگانه مورد بررسی قرار گیرد.

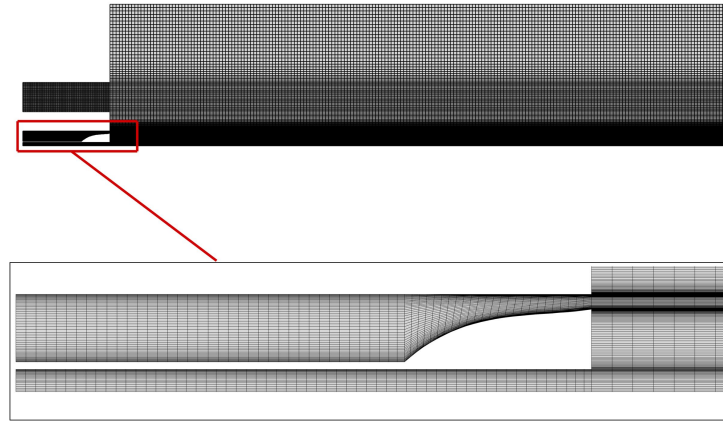


Figure 4- Front view of the structured mesh has been generated for the furnace
 شکل ۴- نمای روبه رو از شبکه‌ی سازمان‌یافته تولید شده برای هندسه‌ی کوره

در هندسه مورد مطالعه، برای دیواره از شرایط مرزی عدم لغزش برای سرعت و جابجایی آزاد برای حرارت استفاده شده است که مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی (h) با توجه به نحوه قرارگیری صفحه (افقی یا عمودی) محاسبه می‌شود. این مورد در شکل ۵ نشان داده شده است. علاوه بر این، در نزدیکی دیوارها فشار، دما و کسر جرمی گونه‌ها دارای شرط گرادیان صفر بر روی شرط مرزی دیوارها هستند ولی سرعت، انرژی جنبشی و نرخ اضمحلال انرژی از طریق توابع مخصوص دیوار محاسبه می‌شوند جزئیات آن در جدول ۳ آورده شده است.

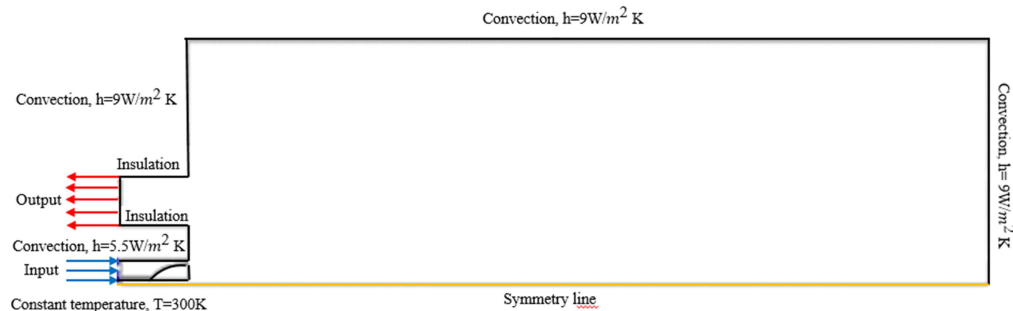
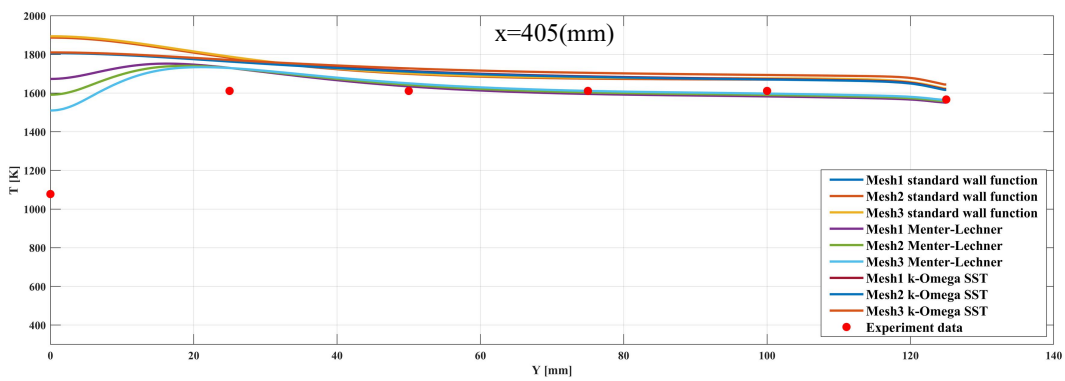
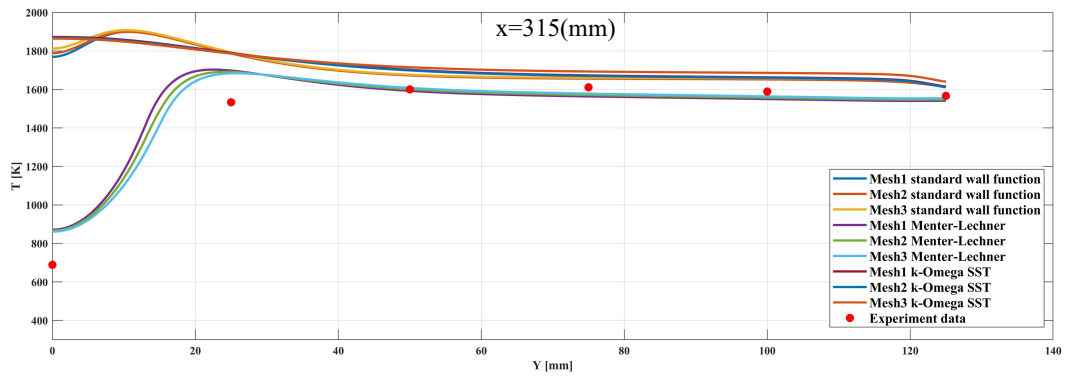
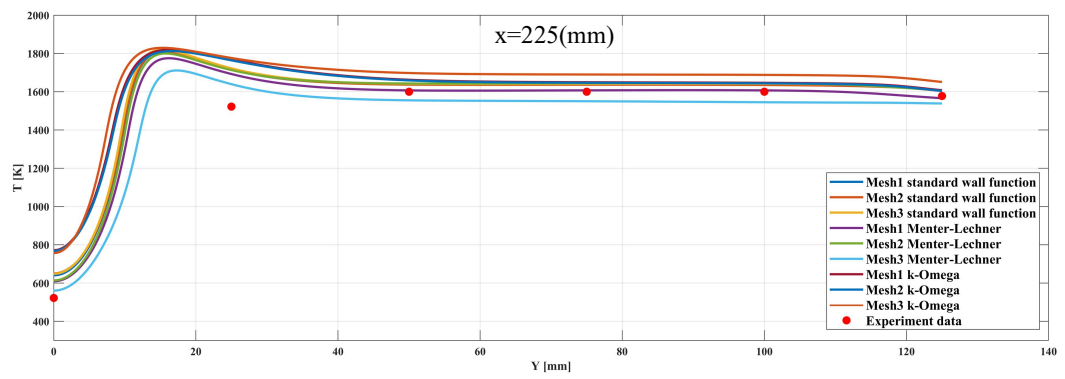
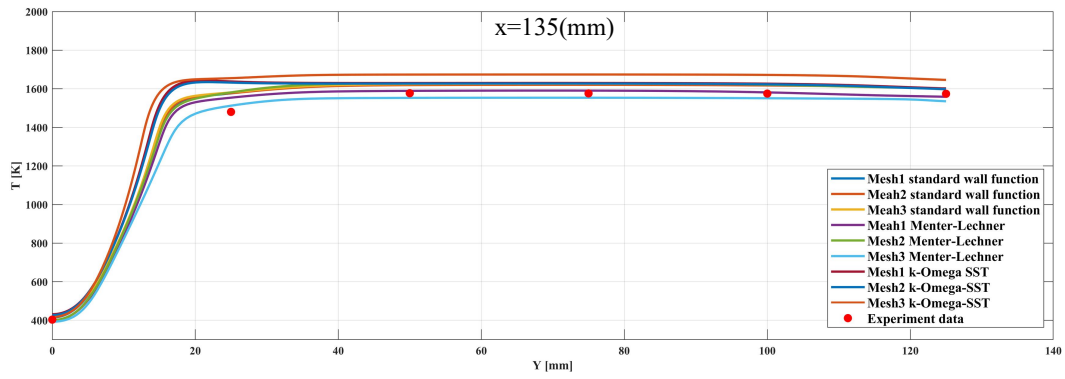


Figure 5- Thermal boundary condition of furnace walls
 شکل ۵- شرط مرزی حرارتی دیواره‌های کوره

Table 3- Boundary conditions of simulation
 جدول ۳- شرایط مرزی شبیه سازی

	Input	Output	Walls
Velocity (V)	known (Table2)	calculated by continuity equation	no slip boundary condition and wall functions
Temperature (T) , Thermal boundary condition	known (Table2)	must be calculated	known (Figure 5)
Pressure (P)	Calculated by Bernoulli's equation	known (Atmospheric)	zero gradient ($\nabla P = 0$)
Species (Y_i)	known (Table2)	zero gradient ($\nabla Y_i = 0$)	zero gradient ($\nabla Y_i = 0$)



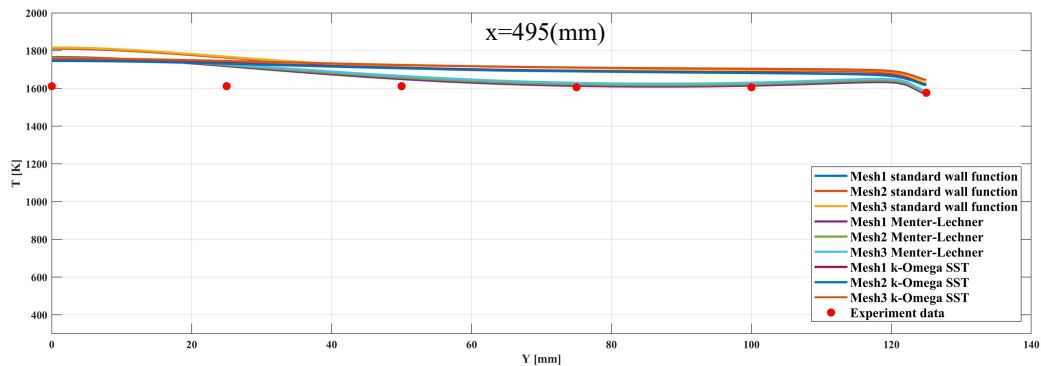


Figure 6- Temperature comparison from simulation and experiment in sections 1 to 5 (Mesh1: 50k, Mesh2:65k, Mesh3: 85k)

شکل ۶- مقایسه نمودار دما در مقاطع ۱ تا ۵ (مش ۱: ۵۰ هزار، مش ۲: ۶۵ هزار و مش ۳: ۸۵ هزار)

همان طور که مشاهده می شود قرابت خوبی بین نتایج عددی و اعتبارسنجی آن با نتایج آزمایشگاهی دیده می شود به گونه ای که در مدل Menter-Lechner بیشترین خطا با نتایج آزمایشگاهی برابر با ۵ درصد است در حالی که در مدل k- ω SST که بدترین نتایج را نسبت به سایر مدل های بررسی شده دارد بیشترین خطا برابر ۱۴ درصد است. لذا مشاهده می شود تحت شرایط یکسان با تغییر مدل آشفتگی در نتایج، تغییرات بسزایی دیده می شود. بنابراین با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می شود برای هر سه مدل آشفتگی نمودارهای دما با یکدیگر متفاوت است به طوری که مدل k- ω SST بدترین و مدل k- ϵ Menter-Lechner بهترین نتایج را نسبت به مقادیر آزمایشگاهی دارند. شایان توجه است که نمودار تغییرات دما در هر سه مدل با یکدیگر متفاوت است به طوری که در مدل k- ω SST همواره دما بیشتر از مدل های دیگر پیش بینی می شود و دمای بیشینه نیز بیشتر از سایر مدل ها است. اما آنچه بیشتر رخ نمایی می کند رفتار دمایی متفاوت مدل ها در مقاطع مختلف است به طوری که می توان اثر آن را در شکل ۷ که شکل توزیع دما در مدل های مختلف را نشان می دهد، مشاهده کرد. در شکل ۷ مشاهده می شود که در مدل k- ω SST طول ناحیه واکنش کوتاه تر و ناحیه دما بالای بزرگ تری نسبت به دو مدل دیگر دارد در حالی که مدل k- ϵ Menter-Lechner بلندترین ناحیه واکنش و کوچک ترین ناحیه دما بالا را دارد. هم چنین از مقایسه هر سه مدل مشاهده می شود که نحوه توزیع دما نیز با یکدیگر تفاوت چشم گیری دارد که متأثر از ناحیه واکنش و رژیم جریان درون کوره است. اما بایستی توجه داشت شرایط ورودی سیال در هر سه مدل یکسان است بنابراین به دلیل گرادیان دمایی که در کوره وجود دارد در معادلات تکانه نیروی شناوری^۱ نقش غیرقابل چشم پوشی دارد در حالی که خود گرادیان دما متأثر از ناحیه واکنش است. بنابراین می توان این گونه برداشت کرد که ناحیه واکنش، گرادیان دما و رژیم جریان درون کوره هر سه اثر متقابل بر یکدیگر دارند و تغییر هر یک باعث تغییر در موارد دیگر می شود.

بنابر نتایج به دست آمده لازم است علت تفاوت در نتایج مورد بررسی قرار گیرد؛ زیرا به جز در نزدیکی دیواره در سایر نواحی معادلات این مدل ها با یکدیگر یکسان است. بنابراین علت تفاوت بایستی در همان توابع نزدیک دیواره جست و جو شود. همان طور که پیش تر توضیح داده شد سه عامل ناحیه واکنش، گرادیان دما و رژیم جریان درون کوره بر یکدیگر اثر می گذارند. حال آنکه دما و رژیم جریان درون کوره خود متأثر ناحیه واکنش، شرایط مرزی و هندسی مسئله است در حالی که ناحیه واکنش در ابتدا از ناحیه تنش برشی آزاد که واکنش در آن رخ می دهد، اثر می پذیرد و سپس عوامل دیگر روی آن اثر می گذارد.

¹ Buoyancy

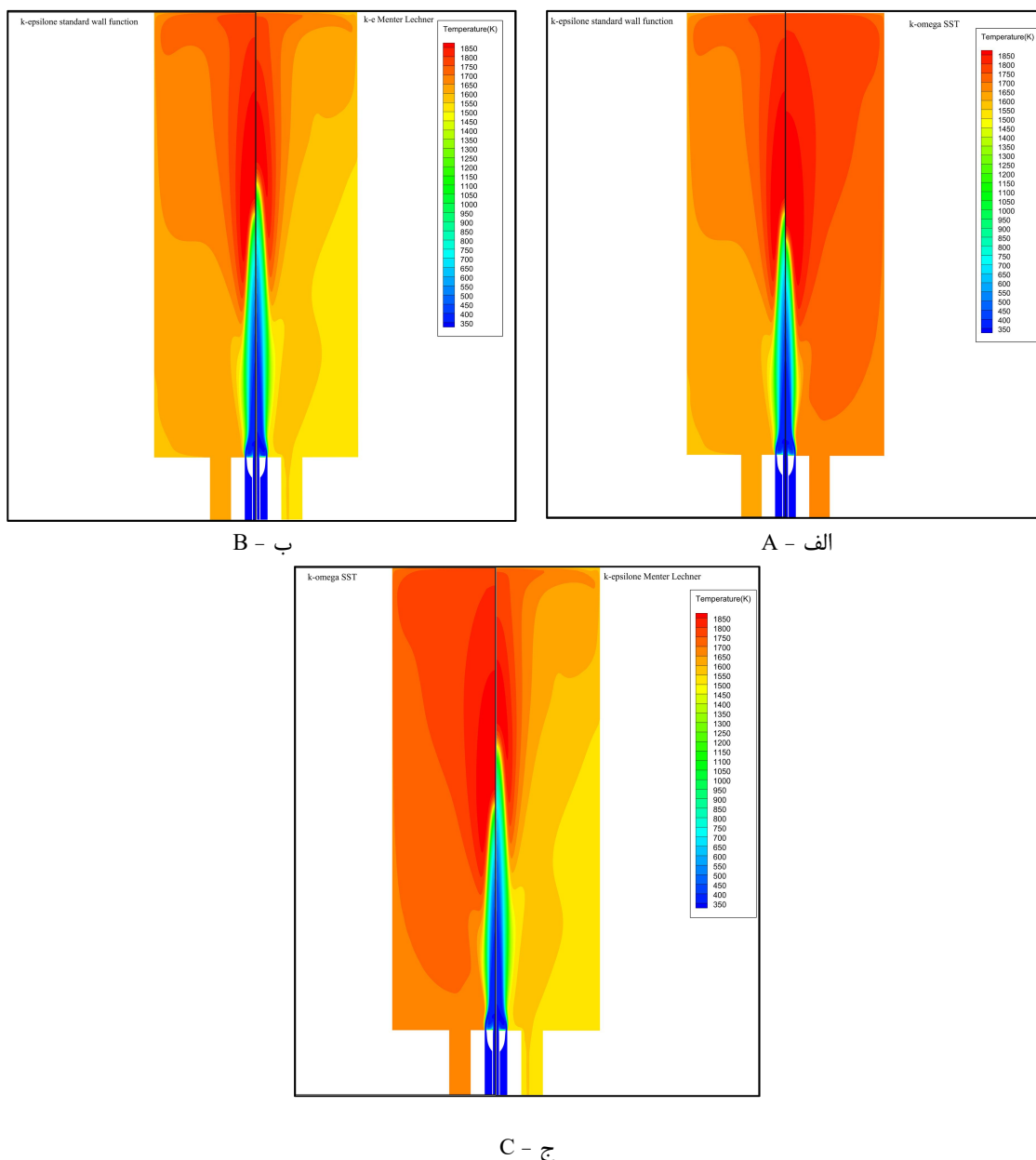


Figure7- Comparison of temperature distribution in different turbulence models and wall functions. A: Temperature distribution comparison between $k-\omega$ SST and $k-\epsilon$ standard wall function turbulence models, B: Temperature distribution comparison between $k-\epsilon$ Menter-Lechner and $k-\epsilon$ standard wall function turbulence models, C: Temperature distribution comparison between $k-\omega$ SST and $k-\epsilon$ Menter-Lechner turbulence models

شکل ۷- مقایسه نحوه توزیع دما در دو مدل آشفستگی و سه تابع دیواره. الف: مقایسه توزیع دما بین دو مدل $k-\omega$ SST و $k-\epsilon$ standard wall function. ب: مقایسه توزیع دما بین دو مدل $k-\epsilon$ Menter-Lechner و $k-\epsilon$ standard wall function. ج: مقایسه توزیع دما بین دو مدل $k-\omega$ SST و $k-\epsilon$ Menter-Lechner

بایستی توجه داشت که ناحیه تنش برشی آزاد ناشی از ورود جت‌های سوخت و اکسنده به درون کوره شکل می‌گیرد؛ لذا برای اینکه این ناحیه به درستی شبیه‌سازی شود لازم است که پروفیل سرعت درون نازل‌ها به درستی پیش‌بینی شوند. همان

طور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد در مدل دیواره استاندارد فرض می‌شود که اولین سلول کنار دیواره در لایه لگاریتمی قرار گرفته است و بر اساس همین شرایط پروفیل سرعت را به دست می‌آورد در حالی که در شبیه‌سازی صورت گرفته رعایت این مورد غیرممکن است. در مدل SST $k-\omega$ با توجه به این که در نزدیکی دیواره، معادلات مناسب با آن شرایط حل می‌شود علت تفاوت نتایج به دست آمده حاصل از این مدل با مدل‌های دیواره استاندارد و منتر-لچنر بایستی متفاوت باشد و می‌توان علت آن را در عدم اصلاح ضریب معادل $C_{\epsilon 1}$ معادل جست‌وجو کرد؛ زیرا همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد ضریب موردنظر با مقدار $1/44$ برای جت‌های تخت مناسب است و برای جت‌های دایره‌ای شکل باید به مقدار $1/6$ تغییر یابد. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود با وجود آن که پروفیل سرعت مدل‌های SST $k-\omega$ و منتر-لچنر بیشترین شباهت را دارند اما به دلیل تفاوت در ضریب $C_{\epsilon 1}$ نتایج کاملاً متفاوتی به دست آمده و ناحیه واکنش متفاوت است که نشان می‌دهد اصلاح ضریب موردنظر اثر به‌سزایی در نتایج نهایی دارد.

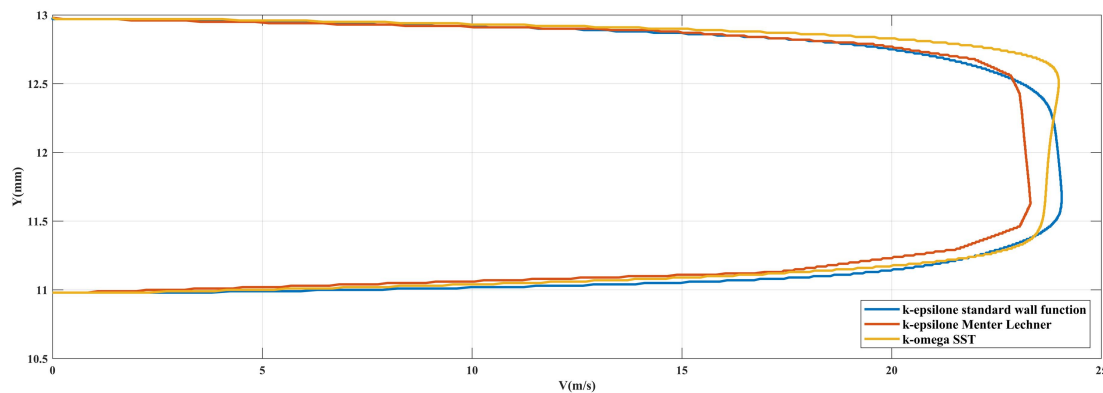


Figure 8- Velocity profile of the air nozzle in the furnace entrance

شکل ۸- شکل پروفیل سرعت نازل هوا در ورودی کوره

نتیجه‌گیری

در این پژوهش انواع توابع و مدل‌های دیواره در مدل آشفتگی $k-\epsilon$ و $k-\omega$ مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در نهایت سه مدل به نام‌های، تابع دیواره استاندارد، معادله دیواره منتر-لچنر و SST $k-\omega$ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. از نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که انتخاب درست مدل‌های نزدیک دیواره اثر به‌سزایی در نتایج دارد به طوری که در مدل دیواره استاندارد به دلیل عدم شبیه‌سازی درست پروفیل سرعت درون نازل‌ها، ناحیه تنش برشی آزاد به درستی پیش‌بینی نمی‌شود در حالی که در مدل منتر-لچنر به دلیل حل معادلات مناسب در نزدیکی دیواره مشکل عدم شبیه‌سازی درست پروفیل سرعت مشاهده نمی‌شود. همچنین در مقایسه بین دو مدل SST $k-\omega$ و منتر-لچنر علی‌رغم اینکه هر دو مدل در نزدیکی دیواره از مدل‌سازی استفاده نمی‌کنند و معادلات مخصوص به نزدیک دیواره را استفاده می‌کنند اما در مدل SST $k-\omega$ به دلیل عدم امکان اصلاح ضریب $C_{\epsilon 1}$ نتایج بدتری نسبت به منتر-لچنر به دست می‌آید. بنابراین در شبیه‌سازی‌های احتراق به خصوص احتراق در محفظه بسته، مانند کوره‌ها، انتخاب درست مدل آشفتگی و توابع دیواره می‌تواند اثر به‌سزایی در نتیجه نهایی داشته باشد. بنابراین بر اساس دقت و نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی می‌توان مدل منتر-لچنر را مدل مناسب‌تری نسبت به مدل دیواره استاندارد و SST $k-\omega$ در شبیه‌سازی‌های احتراق درون محفظه بسته دانست و پیشنهاد می‌شود در شبیه‌سازی‌های کوره و مانند آن از این مدل استفاده شود.

منابع

- [1] A. L. Nalley Stephen, "Center for Strategic and International Studies," in *International Energy Outlook 2021 (IEO2021)*, 2021.
- [2] P. Li, J. Mi, B. Dally, F. Wang, L. Wang, Z. Liu, S. Chen and C. Zheng., "Progress and recent trend in MILD combustion," *Sci. China Technol. Sci.*, vol. 54, no. 2, pp. 255–269, 2011, doi: 10.1007/s11431-010-4257-0.
- [3] J. Mi, P. Li, F. Wang, K. P. Cheong, and G. Wang, "Review on miLD combustion of gaseous fuel: Its definition, ignition, evolution, and emissions," *Energy and Fuels*, vol. 35, no. 9, pp. 7572–7607, 2021, doi: 10.1021/acs.energyfuels.1c00511.
- [4] J. A. Wünnig and J. G. Wünnig, "Flameless oxidation to reduce thermal no-formation," *Prog. Energy Combust. Sci.*, vol. 23, no. 1, pp. 81–94, 1997, doi: 10.1016/s0360-1285(97)00006-3.
- [5] A. Cavaliere, M. De Joannon, and *Mild combustion*, vol. 30, no. 4. 2004. doi: 10.1016/j.pecs.2004.02.003.
- [6] M. Katsuki and T. Hasegawa, "The science and technology of combustion in highly preheated air," *Symp. Combust.*, vol. 27, no. 2, pp. 3135–3146, 1998, doi: 10.1016/S0082-0784(98)80176-8.
- [7] D. G. Lilley, *High temperature Air Combustion*, 1th ed. CRC PRESS, 2003.
- [8] R. Weber, A. K. Gupta, and S. Mochida, "High temperature air combustion (HiTAC): How it all started for applications in industrial furnaces and future prospects," *Appl. Energy*, vol. 278, no. May, p. 115551, 2020, doi: 10.1016/j.apenergy.2020.115551.
- [9] G. Khabbazian, J. Aminian, and R. H. Khoshkhoo, "Experimental and numerical investigation of MILD combustion in a pilot-scale water heater," *Energy*, vol. 239, p. 121888, 2022, doi: 10.1016/j.energy.2021.121888.
- [10] D. Bradley, *Fundamentals of lean combustion*. Elsevier Inc., 2016. doi: 10.1016/B978-0-12-804557-2.00002-X.
- [11] J. Mi, P. Li, B. B. Dally, and R. A. Craig, "Importance of initial momentum rate and air-fuel premixing on moderate or intense low oxygen dilution (MILD) combustion in a recuperative furnace," *Energy and Fuels*, vol. 23, no. 11, pp. 5349–5356, 2009, doi: 10.1021/ef900866v.
- [12] N. Krishnamurthy, P. J. Paul, and W. Blasiak, "Studies on low-intensity oxy-fuel burner," *Proc. Combust. Inst.*, vol. 32, no. 2, pp. 3139–3146, 2009, doi: 10.1016/j.proci.2008.08.011.
- [13] F. C. Christo and B. B. Dally, "Modeling turbulent reacting jets issuing into a hot and diluted coflow," vol. 142, pp. 117–129, 2005, doi: 10.1016/j.combustflame.2005.03.002.
- [14] A. Mardani, S. Tabejamaat, and M. Ghamari, "Numerical study of influence of molecular diffusion in the Mild combustion regime," vol. 7830, 2010, doi: 10.1080/13647830.2010.512959.
- [15] J. Aminian, C. Galletti, S. Shahhosseini, and L. Tognotti, "Numerical Investigation of a MILD Combustion Burner : Analysis of Mixing Field , Chemical Kinetics and Turbulence-Chemistry Interaction," pp. 597–623, 2012, doi: 10.1007/s10494-012-9386-z.
- [16] P. Li, J. Mi, B. B. Dally, R. A. Craig, and F. Wang, "Premixed Moderate or Intense Low-Oxygen Dilution (MILD) Combustion from a Single Jet Burner in a Laboratory-Scale Furnace," no. Mild, pp. 2782–2793, 2011.
- [17] P. Li, F. Wang, J. Mi, B. B. Dally, and Z. Mei, "MILD Combustion under Di ff erent Premixing Patterns and Characteristics of the Reaction Regime," no. x, 2014.
- [18] S. Prabakaran, J. Fournier, and O. Le Corre, "A comparative study of methane combustion on District Assessing the feasibility of using the heat demand-outdoor O 2 / CO 2 and O 2 / H 2 O temperature function for a long-term district heat demand forecast," *Energy Procedia*, vol. 158, pp. 1473–1478, 2019, doi: 10.1016/j.egypro.2019.01.352.
- [19] S. Xu, Y. Yu, Y. Kuang and C. Wang., "Effects of wall temperature on methane MILD combustion and heat transfer behaviors with non-preheated air," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 174, no. October 2019, p. 115282, 2020, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2020.115282.
- [20] D. He, Y. Yu, Y. Kuang, and C. Wang, "Analysis of EDC constants for predictions of methane MILD combustion," vol. 324, no. January, 2022, doi: 10.1016/j.fuel.2022.124542.
- [21] S. Cao, C. Zou, Q. Han, Y. Liu, D. Wu, and C. Zheng, "Numerical and experimental studies of NO formation mechanisms under methane MILD combustion without heated air," *Energy & Fuels*, 2015, doi: 10.1021/ef501943v.
- [22] B. E. Launder, *Lectures in mathematical models of turbulence*. Academic Press, 1972.
- [23] A. Bejan, *Convection Heat Transfer*, Forth edit. Wiley & Sons, 2013.
- [24] *Ansys Fluent Theory Guide*, vol. 15317, no. November. 2021. [Online]. Available: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:ANSYS+FLUENT+Theory+Guide#0>
- [25] F. R. Menter, R. Sechner, and A. Matyushenko, "Best Practice: RANS Turbulence Modeling in Ansys CFD," 2021. [Online]. Available: <https://www.ansys.com/resource-center/technical-paper/best-practice-rans-turbulence-modeling-in-ansys-cfd>
- [26] J. Bredberg, "On Two-equation Eddy-Viscosity Models," 2001.
- [27] F. R. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA J.*, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605, 1994, doi: 10.2514/3.12149.
- [28] S. B. Pope, "An explanation of the turbulent round-jet/plane-jet anomaly," *AIAA J.*, vol. 16, no. 3, pp. 279–281, 1978, doi: 10.2514/3.7521.

English Abstract

Investigation of accuracy and precision of $k-\omega$ and $k-\varepsilon$ turbulence models in the furnace with the flameless combustion mode

Mahdi Ghamari¹, Mohammad Amin Zamani², Mohammad Hassan Saidi^{3*}

1- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, mahdi_ghamari@mech.sharif.edu

2- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, zamani.m_amin@mech.sharif.edu

3- Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, saman@sharif.edu

*Corresponding author

(Received: 2024/07/19, Received in revised form: 2024/09/21, Accepted: 2024/10/17)

Flameless combustion is one of the newest combustion methods aimed at reducing environmental pollutants and increasing efficiency in combustion systems. However, the selection of appropriate parameters for utilizing this technology in various situations is determined through experimentation or simulation. One of the main challenges in simulating flameless combustion, which is classified as turbulent combustion, is choosing the appropriate turbulence model for the simulation. Most simulations employ the $k-\varepsilon$ turbulence model along with the standard wall model. However, it is important to note that the simulations were conducted for a burner that had no walls in its reaction zone. When simulations carry out in a confined environment like a furnace, the flow regime near the walls becomes significantly important, meaning that the choice of turbulence and wall models greatly influences the final results. This research focuses on exploring the physics of turbulent flows and establishing relationships from various numerical models. It investigates different wall functions and models within the $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ turbulence models, ultimately comparing three models: the standard wall function, the Menter-Lechner wall function, and the $k-\omega$ SST model. The results indicate that the maximum error in the Menter-Lechner model relative to experimental results is 5%, while the maximum error for the $k-\omega$ SST model is 14%, marking it as the least effective among the models studied. Therefore, based on accuracy and the results obtained from simulations, the Menter-Lechner model is deemed more suitable than the standard wall model and the $k-\omega$ SST model for flameless combustion simulations in closed chambers.

Keywords: Flameless combustion, Furnace, Turbulence models