

مدل‌سازی عددی و تحلیل پارامتری عوامل هندسی محفظه احتراق یک موتور رم‌جت با سوخت جامد

حمیدرضا سعادت^۱، جاماسب پیرکندی^{۲*}، جلال محمدی^۳، حمید پرهیزکار^۴

۱- کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، تهران، hr.saadati@mailfa.com

۲- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، تهران، jpirkandi@mut.ac.ir

۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، تهران، mohammadijalal@chmail.ir

۴- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوافضا، تهران، hparhiz@mut.ac.ir

* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۷، دریافت آخرین اصلاحات: ۱۴۰۳/۰۴/۳۱، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۰۵)

چکیده: در تحقیق حاضر فرآیند احتراق در موتور رم‌جت سوخت جامد به صورت عددی مدل‌سازی شده و با بکارگیری پنج هندسه‌ی متفاوت اثر دو عامل هندسی شامل ارتفاع پله و طول محفظه‌ی احتراق پسین در مشخصه‌های پیشرانشی مورد تحلیل پارامتری و مطالعه قرار گرفته است. مقایسه روش به‌کار گرفته شده در مدل‌سازی عددی بیانگر خطایی کمتر از ۱۰ درصد با نتایج مرجع بوده و در بررسی عددی صورت گرفته مشاهده شد افزایش ارتفاع پله سبب کاهش نرخ پسروی سوخت جامد، افزایش بازده احتراق و افزایش نیروی جلوبرنده می‌شود. همچنین نتایج بدست آمده نشان دهنده‌ی کاهش بازده حرارتی و کاهش نیروی جلوبرنده با کاهش طول محفظه‌ی احتراق پسین است. همین‌طور مشاهده شد تغییر طول محفظه‌ی احتراق پسین بر میزان نرخ پسروی سوخت اثر محسوسی ندارد و با در نظر گرفتن رفتار ضربه‌ی ویژه، مقدار ۰/۹۵ برای طول بی‌بعد محفظه احتراق پسین، مقداری بهینه است.

کلیدواژگان: رم‌جت، سوخت جامد، محفظه احتراق پسین، نرخ پسروی، ارتفاع پله.

مقدمه

سامانه‌های جلوبرنده‌ی رم‌جت با توجه به نداشتن قطعات چرخنده در اجزای اصلی آن و عدم نیاز به حمل اکسیدکننده به دلیل هواتنفسی بودن، بسیار مورد توجه محققان حوزه‌ی پیشرانش قرار گرفته است. از طرفی برتری سوخت‌های جامد نسبت به سوخت‌های مایع و گاز با در نظر گرفتن مواردی مانند عدم نیاز به سامانه‌های انتقال سوخت، چگالی جرمی بالاتر که کاهش ابعاد منبع سوختی را به همراه دارد و بهره‌برداری سریع‌تر، زمینه‌ی تحقیقاتی گسترده‌ای را در به‌کارگیری آن در سامانه‌های پیشرانشی رم‌جت سبب شده به‌طوری که استفاده از سوخت جامد در موتورهای رم‌جت تقریباً هم‌زمان با معرفی این سامانه‌ها در نیمه اول قرن نوزدهم میلادی است. یک موتور رم‌جت با سوخت جامد از سه بخش اصلی ورودی هوا (پخش‌کن)، محفظه‌ی احتراق و بخش خروجی (نازل) تشکیل شده است. با توجه به اینکه سامانه‌های پیشرانشی رم‌جت تنها در سرعت‌های صوتی و بالاصوتی قابلیت تولید نیروی جلوبرنده را داشته بنابراین هوای ورودی با گذر از پخش‌کن به واسطه امواج ضربه‌ای متراکم شده و در نتیجه دما و فشار آن افزایش و سرعت آن کاهش می‌یابد. این افزایش دما سبب ذوب، گرماکافت و تبخیر سوخت جامد شده و با اختلاط هوای ورودی با سوخت تبخیر شده فرآیند احتراق شروع و ادامه می‌یابد. گازهای احتراقی حاصل شده با گذر از بخش خروجی که طراحی آن به شکل نازل همگرا-واگرا است منبسط شده و سرعت آن افزایش می‌یابد و نهایتاً اندازه حرکت

جریان پرسرعت بر اساس قانون عمل و عکس‌العمل سبب تولید نیروی جلوبرنده می‌شود. یکی از سه بخش اصلی در موتورهای رمجت با سوخت جامد بخش محفظه‌ی احتراق است. این بخش به عنوان منبع تغذیه‌ی انرژی حرارتی موتور عمل نموده و در بردارنده‌ی فرآیندهای مختلف و پیچیده‌ی ترمودینامیکی، سیالاتی و شیمیایی است. مطابق شکل ۱ جریان هوا بعد از بخش ورودی وارد محفظه‌ی احتراق شده و به واسطه‌ی اختلاف ابعادی موجود در قطر بخش ورودی با قطر محفظه (قطر داخلی شاخه سوخت)، فرآیندی انبساطی را متحمل خواهد شد. انبساط ناگهانی در داخل محفظه سبب ایجاد سه میدان مجزای جریانی می‌شود که عبارتند از: ناحیه‌ی بازچرخش، منطقه‌ی بازبرخورد و ناحیه‌ی پایین‌دست منطقه بازبرخورد. به دنبال شدت اختلاط بخار سوخت، هوا و محصولات احتراقی و همچنین واکنش‌های پیش‌شعله در ناحیه بازچرخش، بیشترین دمای سطح سوخت در منطقه‌ی باز بر خورد رخ می‌دهد. شعله‌ی پایدار شده در این منطقه به صورت یک شعله نفوذی (ناپیش‌مخلوط) در میان محفظه‌ی احتراق و لایه مرزی گسترش یافته و منتشر می‌شود. نرخ پس‌روی محلی در سطح سوخت به‌طور متفاوتی متأثر از سه میدان جریانی ذکر شده خواهد بود. میانگین نرخ پس‌روی سطح سوخت را می‌توان ناشی از انتقال حرارت جابجایی و تابشی گازهای احتراقی دما بالا به سطح سوخت در منطقه‌ی بازچرخش یا ناحیه‌ی پایین‌دست آن دانست و جهت ساده‌سازی انتقال حرارت جابجایی به عنوان تنها منبع انرژی برای فرآیند گرم‌گیر گازسازی سوخت جامد در نظر گرفته می‌شود [۱].

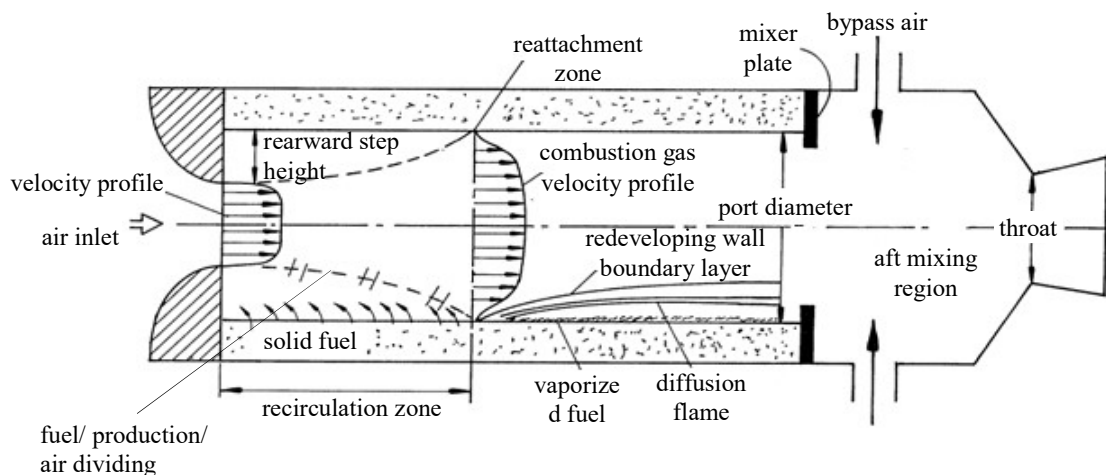


Figure 1- solid fuel ramjet combustor flow field[1]

شکل ۱- میدان جریان در محفظه‌ی احتراق رمجت با سوخت جامد [۱]

در بررسی فرآیند احتراق موتورهای رمجت با سوخت جامد فعالیت‌های متعدد و بسیاری به‌صورت مطالعات تجربی و عددی انجام شده است. با توجه به پیچیدگی جریان داخل محفظه بیشتر فعالیت‌ها به صورت تجربی انجام شده و هر چه به زمان حال نزدیک‌تر می‌شویم تعداد کارهای عددی با توجه به گسترش و پیشرفت سامانه‌های محاسباتی افزایش یافته است. به عنوان نمونه در سال ۲۰۱۲ شیمون سَراف و آلون گانی^۱ از مؤسسه‌ی فن‌آوری تخنونیون اثر سوخت جامد آمیخته شده به فلز آلومینیوم را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که برای هر دو شکل بی و با فلز در شرایط پروازی با عدد ماخ ۳ فرآیند احتراق به صورت پایدار رخ می‌دهد. همچنین آن‌ها افزایش نرخ پس‌روی بیشتر در سوخت آمیخته شده به فلز آلومینیوم را گزارش نمودند [۲]. در سال ۲۰۱۳ سی‌یا یوان و همکاران^۲ احتراق پلی متیل میت‌آکریلیت^۱ در رمجت سوخت جامد

¹ Shimon Saraf and Alon Gany

² Xiao Yuan and et al

را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. از نتایج حاصل شده مشخص شد با افزایش قطر داخلی شاخه سوخت نرخ پس‌روی کاهش یافته اما فشار و دمای محفظه‌ی احتراق پَسین افزایش می‌یابد [۳]. در سال ۲۰۱۴ عطایی و همکاران جهت مطالعه نرخ پس‌روی به روش آلتراسونیک وابستگی سرعت صوت در سوخت جامد به فشار محفظه را به شکل تجربی مورد مطالعه قرار دادند. برای بازه‌ی آزمایشی فشار که بین ۰ تا ۱۰۰ بار انجام شده بود مشخص شد که وابستگی سرعت صوت به مقادیر فشار به صورت خفیف خطی و با شیب مثبت است [۴]. در همین سال شانگ و همکاران اثر شار جرمی هوا و قطر داخلی شاخه‌ی سوخت را بر نرخ سوزش (پس‌روی) پلی‌بوتادین را در رمجت سوخت جامد به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار دادند و از نتایج بدست آمده مشخص شد افزایش شار جرمی هوا و کاهش قطر داخلی شاخه سوخت هریک به صورت جداگانه در شکلی تابعی توانی سبب افزایش نرخ پس‌روی سوخت می‌شود. همچنین مشخص شد بین نسبت طول منطقه‌ی بازبرخورد به قطر داخلی شاخه سوخت با نسبت ارتفاع پله به قطر داخلی سوخت رابطه‌ی خطی وجود دارد [۵]. در سال ۲۰۱۷ یونگ و همکاران فرآیند احتراق در سوختی متشکل از ۱۵٪ پرگرات آمونیوم، ۵٪ بور، ۵٪ آلومینیوم و ۷۵٪ هیدروکسیل ترمینیتد پلی‌بوتادین را مورد مطالعه قرار داده و به عنوان نتیجه زمان وقفه‌ی خوداشتعالی را برای سوخت مذکور ۰/۴۷ ثانیه گزارش نمودند [۶]. در سال ۲۰۱۸ ورآر و ویلینگ پایداری احتراق رمجت با سوخت جامد را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار داده و وابستگی پایداری احتراق را به صورت تابعی از مشخصه‌های هندسی محفظه در سه حالت احتراق پایدار، احتراق نیمه پایدار و خاموشی گزارش نمودند [۷]. در سال ۲۰۱۹ رازمیسلف و سطانوف فرآیند گازسازی سوخت و احتراق در رمجت سوخت جامد را برای سه نوع سوخت مختلف به صورت عددی مورد مطالعه قرار داده و کمترین بازدهی احتراق را برای سوخت هیدروکسیل ترمینیتد پلی‌بوتادین گزارش نمودند. همچنین آن‌ها دریافتند برای دامنه‌ی وسیعی از شارهای جرمی هوا در جریان‌های زیرصوت نسبت هم‌ارزی و بازدهی احتراق اثرپذیری ناچیزی از شار جرمی هوا دارد [۸]. در همین سال چانگ‌فی ژو و همکاران فرآیند خوداشتعالی سوخت جامد پلی‌اتیلن را در رمجت با سوخت جامد را به صورت عددی مطالعه کرده و به عنوان نتیجه‌ی تحقیق وابستگی فرآیند خوداشتعالی به میزان اختلاط سوخت و هوا، فشار و دمای محفظه و سرعت پروازی را ارائه نمودند [۹]. در سال ۲۰۲۰ تحسینی ورودی موتور، محفظه احتراق و نازل را به طور هم‌زمان و به صورت عددی مطالعه نموده و عدم وابستگی نرخ پس‌روی به فشار و شکل ورودی را به ویژه زمانی که ساختار موتور به تنهایی مورد مطالعه قرار می‌گیرد را به عنوان نتیجه گزارش نمود. همچنین در تحقیق صورت گرفته مشخص شده که جریان پیش‌روی^۱ در ورودی نرخ پس‌روی را افزایش داده و در نیروی پیش‌رانش ازدیاد قابل ملاحظه‌ای را سبب خواهد شد [۱۰]. در سال ۲۰۲۱ لی و همکاران شرایط سیالاتی و ترمودینامیکی ورودی را بر عملکرد موتور رمجت به صورت عددی بررسی نمودند. آن‌ها دریافتند که عدد پیچش^۲، جریان جرمی و دمای جریان ورودی به‌طور چشمگیری ازدیاد نرخ آزادسازی حرارت احتراق، نرخ پس‌روی و دمای میانگین محفظه را به همراه خواهد داشت [۱۱]. در سال ۲۰۲۲ تحسینی و ریحانی اثر سطح موجی شکل در فضای داخلی شاخه‌ی سوخت جامد را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند و افزایش ۱۵ درصد نرخ سوزش متوسط را برای سطح مذکور گزارش نمودند [۱۲]. در سال ۲۰۲۳ ماندل و همکاران به صورت تجربی اثر بور را بر روی پارفین و هیدروکسیل ترمینیتد پلی‌بوتادین مورد بررسی قرار دادند. نتایج در پارفین دارای بور بیانگر کاهش نرخ پس‌روی و کارایی احتراق بالاتر بود و در هیدروکسیل ترمینیتد پلی‌بوتادین با و بدون بور تغییر محسوسی در نرخ پس‌روی مشاهده نشد [۱۳]. در سال ۲۰۲۴ پانچال و مینون اثر ذرات فلز بر احتراق و نگه‌داشت شعله در محفظه‌ی احتراق رمجت سوخت جامد را به صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از پلی‌بوتادین خاتمه یافته با هیدروکسیل^۳ به عنوان سوخت جامد پایه و از ذرات آلومینیوم به عنوان فلز اضافه شده به سوخت پایه استفاده نمودند. در این تحقیق که بر پایه مدل‌سازی مخلوط به روش اویلر-اویلر انجام شد مشاهده شد که ذرات فلز با

¹ Polymethyl methacrylate (PMMA)

² Swirl flow

³ Swirl number

⁴ Hydroxyl Terminated Polybutadiene (HTPB)

کسر حجمی بالا (در محدوده 10^{-3}) سبب خاموشی شعله می‌شود و از طرفی ذرات فلز با کسر حجمی پایین (در محدوده 10^{-6}) به پایداری شعله کمک می‌کند [۱۴]. در همین سال رین‌بی بوسکی و همکاران ساختار شعله را به همراه افزایش عدد رینولدز در رم‌جت سوخت جامد به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. از آنجا که در گاز ایده‌آل افزایش فشار باعث افزایش چگالی و به تبع آن افزایش عدد رینولدز می‌شود، نتایج ارائه شده در این تحقیق بیانگر افزایش نرخ پسروری سوخت جامد به سبب افزایش فشار محفظه‌ی احتراق است [۱۵].

همان‌طور که در پیشینه تحقیق ذکر شده مشاهده می‌شود فعالیت‌های گسترده و متنوعی در حوزه‌های مرتبط با فرآیند احتراق و محفظه‌ی احتراق موتور رم‌جت با سوخت جامد به صورت تجربی و عددی انجام شده است. از آنجا که مطالعات عددی انجام شده محدود بوده و توضیحات مختصری در خصوص روش مدل‌سازی عددی در مراجع ذکر شده ارائه شده، به همین جهت در این تحقیق فرآیند مدل‌سازی عددی تشریح شده و توضیحات لازم ارائه می‌شود. از طرفی با توجه عدم مطالعه‌ی اثر طول محفظه‌ی احتراق پسین بر عملکرد موتور در سوابق پیشین، این بُعد هندسی در تحقیق حاضر به همراه اثر ارتفاع پله بر عملکرد موتور با بکارگیری نرم افزار تجاری انسیس فلونت به صورت عددی برای هندسه‌های متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج بدست آمده ارائه خواهد شد.

ساختار ابعادی و مشخصه‌های هندسی مسئله

به طور معمول در تحلیل‌های عددی صورت گرفته پیشین با توجه فیزیک جریان حاکم و به منظور ساده‌سازی و کاهش حجم محاسبات، هندسه‌ای با تقارن محوری مورد استفاده قرار گرفته که به همین طریق در تحقیق حاضر نیز از رویه‌ی مذکور استفاده شده است. هندسه مورد تحقیق با در نظر گرفتن داده‌های مرجع [۱۶] به صورت شکل ۲ استخراج شده است. ابعاد نمایش داده شده در داخل مستطیل بیانگر مقادیری است که در مرجع مذکور به صراحت ذکر نشده و ابعاد مربوطه با داده برداری مقیاسی از هندسه نمایش داده شده در مرجع استخراج شده است. طول ورودی هوا (L_i) در هندسه‌ی مرجع بیشتر از مقدار نمایش داده شده در شکل ۲ است که با توجه به اعمال رابطه‌ی مربوط به رفتار سرعت جریان آشفته در ورودی مقدار طول ذکر شده کمتر در نظر گرفته شده است که این موضوع سبب کاهش حجم محاسبات عددی خواهد شد.

مطابق شکل بالا بخش میانی بین محفظه‌ی احتراق و محفظه‌ی احتراق پسین، دریچه نامیده شده و ابعاد آن با قطر (D_d) مقدار دهی می‌شود. برای مطالعه اثر ارتفاع پله (h) و طول محفظه‌ی احتراق پسین (L_a) مطابق

جدول ۱ پنج ساختار متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته که در این میان ساختار شماره ۲ جهت مقایسه حل عددی کاملاً منطبق بر داده‌های مرجع [۱۶] بوده و سایر مشخصه‌های هندسی ذکر نشده ثابت و مطابق با شکل ۲ در نظر گرفته شده است. ایجاد تغییر در ارتفاع پله به سه روش (۱) ثابت نگه‌داشتن قطر ورودی هوا (D_i) و تغییر در قطر داخلی شاخه سوخت (D_p)، (۲) ثابت نگه‌داشتن قطر داخلی شاخه سوخت و تغییر در قطر ورودی هوا و (۳) تغییر همزمان قطر داخلی شاخه سوخت و قطر ورودی هوا امکان‌پذیر است. در برخی از مراجع روش سوم به صورت نسبت قطر ورودی هوا به شاخه سوخت نیز تعریف می‌شود. با توجه به اینکه در مطالعه‌ی اثر ارتفاع پله، سایر شرایط و ابعاد ثابت در نظر گرفته شده و تنها ارتفاع پله تغییر می‌نماید بنابراین بررسی وابستگی عملکرد موتور به ارتفاع پله و تحلیل آن در روش سوم دشوارتر خواهد بود و از طرفی در فرآیند عملکردی موتور سطح سوخت دچار پسروری شده و قطر داخلی شاخه سوخت تغییر می‌نماید (به‌طور کلی افزایش می‌یابد) به همین جهت برای بررسی اثر تغییر ابعادی پله در نظر گرفتن روش اول مناسب‌تر بوده و به حالت واقعی سامانه پیشرانشی نزدیک‌تر است که با در نظر گرفتن دلایل مذکور، در تحقیق حاضر تغییر ارتفاع پله به روش اول ذکر شده صورت گرفته است.

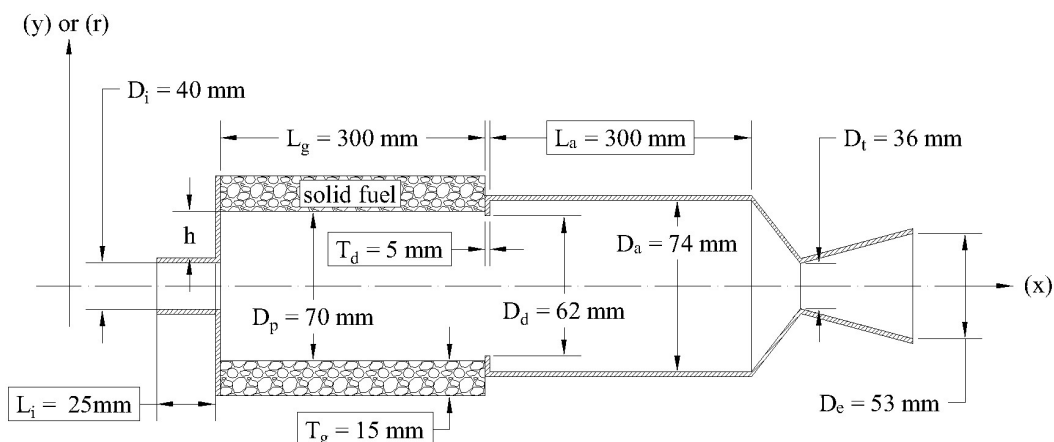


Figure 2- based geometry in considered model according to [16] reference.

شکل ۲- هندسه‌ی پایه در مدل مورد تحقیق با توجه به داده‌های مرجع [۱۶].

جدول ۱- ساختارهای متفاوت هندسی در مطالعه عددی

Table 1- different geometrical cases in numerical study

Case number	Backward step height(h) [mm]	Length of aft-chamber(L_a) [mm]	Inlet air mass flow(\dot{m}_{air}) [kg/s]	Inlet air total temperature(T_{air}) [K]
Case 1	11	300	0.6	540
Case 2	15	300	0.6	540
Case 3	20	300	0.6	540
Case 4	15	200	0.6	540
Case 5	15	100	0.6	540

معادلات حاکم

به طور کلی در فرآیندهای احتراقی چهار معادله بقایی برای مسئله استخراج می‌شود که شامل معادله بقای جرم، بقای گونه‌های شیمیایی، بقای اندازه حرکت و بقای انرژی است. این معادلات برای تحقیق مذکور با در نظر گرفتن فرضیات زیر به صورتی که در ادامه آورده شده، استخراج می‌شود. فرضیات صورت گرفته عبارتند از:

- ۱- جریان ناپایا است.
 - ۲- جریان تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده است.
 - ۳- اثرات لزجت دارای اهمیت خواهد بود (جریان لزج).
 - ۴- رابطه تنش برشی با شیب سرعت به صورت خطی است.
 - ۵- جریان حاکم بر مسئله به صورت متقارن محوری فرض شده (تغییرات در جهت محور زاویه‌ای θ وجود ندارد).
 - ۶- معادلات بر مبنای مختصات استوانه‌ای استخراج شده است. ۷- جریان هوا در ورودی کاملاً توسعه یافته است.
 - ۸- جریانی با شرایط آشفته بر مسئله حاکم خواهد بود. ۹- از اثرات نیروهای حجمی (گرانش و...) صرف نظر شده است.
- از آنجا که معادلات بقایی برای مخلوطی از گونه‌های شیمیایی حل می‌شود لازم است تا مشخصه‌های فیزیکی جریان برای ماده مخلوط بیان شود و از طرفی ویژه C_p ، ضریب رسانندگی گرمایی k و لزجت μ از مشخصه‌های فیزیکی مخلوط بوده که تابعیت دمایی برای آن‌ها در نظر گرفته شده و توسط یک تابع چند جمله‌ای تکه‌ای^۱ به صورت رابطه (۱) در

¹ Piecewise polynomial function

حل عددی بکار گرفته شده است. ثوابت ذکر شده در این رابطه $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ از مراجع [۱۷] و [۱۸] استخراج شده و تابع f نیز می‌تواند هریک از مشخصه‌های فیزیکی ذکر شده (گرمای ویژه، ضریب رسانندگی گرمایی و لزجت) باشد.

$$f(T) = aT^0 + a_1T^1 + a_2T^2 + a_3T^3 + a_4T^4 + a_5T^5 + a_6T^6, \quad \begin{cases} T_{\min,1} \leq T < T_{\max,1} \\ \vdots \\ T_{\min,n} \leq T < T_{\max,n} \end{cases} \quad (1)$$

گرمای ویژه مخلوط به صورت تابعی از کسر جرمی گونه‌ی شیمیایی (Y_i) و گرمای ویژه گونه‌ی شیمیایی $(C_{p,i})$ بوده و توسط رابطه (۲) بیان شده و همچنین گرمای ویژه‌ی هر گونه‌ی شیمیایی تابعی از دما بوده و رابطه (۱) بر آن حاکم است.

$$C_p = \sum_i^n Y_i C_{p,i} \quad (2)$$

$$k = k_{mix} + k_{tur} = \sum_i^n Y_i k_i + k_{tur} = \sum_i^n Y_i k_i + C_p \frac{\mu_{tur}}{Pr_{tur}} \rightarrow k = \sum_i^n Y_i k_i + C_p \frac{\mu_{tur}}{Pr_{tur}} \quad (3)$$

ضریب رسانندگی گرمایی مؤثر (k) به صورت مجموع رسانندگی گرمایی سیال مخلوط (k_{mix}) و رسانندگی گرمایی جریان آشفته (k_{tur}) مطابق رابطه (۳) در نظر گرفته شده است [۱۶]. در این رابطه گرمای ویژه از معادله (۲)، لزجت آشفته (μ_{tur}) از حل معادلات مربوط به مدل‌سازی جریان آشفته و عدد پرانتل جریان آشفته (Pr_{tur}) از جدول ۲ برآورد می‌شود. لازم به توضیح است که مقدار ضریب رسانندگی گرمایی برای هر گونه‌ی شیمیایی (k_i) به شکل رابطه (۱) تابعی از دما است. از آنجا که جهت حل عددی معادلات حاکم در این تحقیق حلگر فلونت نسخه ۱۸/۲ بکار گرفته شده است بنابراین برای تعریف برخی از ویژگی‌های حاکم بر مسئله از زیربرنامه‌های الحاقی به حلگر^۲ استفاده شده که رابطه (۳) یکی از زیربرنامه‌های نوشته شده و الحاق شده به حلگر مذکور است.

جدول ۲- برخی از مشخصه‌های ثابت فرض شده در تحقیق حاضر.

Table 2- some of assumed constant properties in present research.

Properties	Laminar schmidt number	Turbulent schmidt number	Turbulent prandtl number
Value	0.5	0.8	0.89
Reference	[16]	[16]	[19]

لزجت هر گونه‌ی شیمیایی (μ_i) نیز مطابق رابطه (۱) به صورت تابعی از دما در نظر گرفته شده و لزجت مخلوط (μ_{mix}) نیز بر اساس نظریه سینتیک و به صورت تابعی از کسر مولی و به شکل رابطه (۴) تعریف می‌شود. در این رابطه ϕ_{ij} تابعی از جرم مولکولی گونه‌ها (Mw) و لزجت گونه‌ها (μ_i) بوده و به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود [۱۷].

$$\mu_{mix} = \sum_i^n \frac{X_i \mu_i}{\sum_j^n X_j \phi_{ij}}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

¹ Ansys fluent 18.2

² User defined functions(UDFs)

$$\phi_{ij} = \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{Mw_j}{Mw_i} \right)^{1/4} \right]^2 / \left[8 \left(1 + \frac{Mw_i}{Mw_j} \right) \right]^{1/2} \quad (5)$$

معادله بقای جرم

معادله بقای جرم برای مسئله به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود. در این رابطه عبارات v_x و v_r به ترتیب بیانگر سرعت در جهت محور x و r است (مطابق محورهای نمایش داده شده در شکل ۲).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v_r) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = 0 \quad (6)$$

معادله بقای گونه‌های شیمیایی

بقای گونه‌های شیمیایی به صورت رابطه‌ی (۷) در نظر گرفته شده است. در این رابطه D_i بیانگر ضریب نفوذ مؤثر گونه‌ی i ام بوده و طبق رابطه (۸) تعریف می‌شود [۱۶] که در آن عبارات Sc_{lam} و Sc_{tur} به ترتیب نشان دهنده‌ی عدد اشمیت آرام و آشفته بوده و مقادیر مربوطه در جدول ۲ ارائه شده است. جهت تعریف رابطه (۸) در حلگر یک زیربرنامه تهیه شده که به آن الحاق می‌شود. عبارت \dot{m}_i''' به عنوان نرخ جرم تولیدی (و یا مصرفی) گونه‌ی i ام بر واحد حجم تعریف شده و طبق رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho Y_i v_r) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho Y_i v_x) \right) - (\rho D_i) \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r}(Y_i) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x}(Y_i) \right) \right\} = \dot{m}_i''' \quad (7)$$

$$D_i = \frac{1}{\rho} \left[\frac{1 - X_i}{1 - Y_i} \left(\frac{\mu_{mix}}{Sc_{lam}} + \frac{\mu_{tur}}{Sc_{tur}} \right) \right] \quad (8)$$

$$\dot{m}_i''' = Mw_i \sum_1^m \omega_{i,m} + s_{u,i} \quad (9)$$

$s_{u,i}$ در رابطه (۹) چشمه‌ی جرمی گونه‌ی i ام بوده که تنها برای ماده سوختی در این تحقیق تعریف می‌شود و نحوه‌ی محاسبه‌ی مقدار آن در بخش شرایط مرزی توضیح داده خواهد شد. $\omega_{i,m}$ نرخ تولید (و یا مصرف) گونه‌ی i ام ($S_{i,m}$) در واکنش مرحله‌ی m ام بوده و به‌صورت مول بر واحد حجم است که طبق رابطه (۱۰) بیان می‌شود (نرخ غلظت تولیدی و یا مصرفی).

$$\omega_{i,m} = \frac{d}{dt} [S_{i,m}], \quad m = 1, 2, \dots, \text{final step of reaction mechanism.} \quad (10)$$

برای محاسبه $\omega_{i,m}$ معمولاً دو روش نرخ محدود و اضمحلال گردابه‌ها وجود دارد که روش نرخ محدود برای زمانی که سینتیک شیمیایی در تولید یا مصرف گونه‌ها غالب باشد، بکارگرفته شده و روش اضمحلال گردابه‌ها برای حالتی که اثرات آشفستگی جریان در تولید یا مصرف گونه‌ها غالب است مورد استفاده قرار می‌گیرد. معیار انتخاب روش‌های ذکر شده نیز عددی به نام عدد دامکوهرل^۱ بوده که به صورت نسبت مقیاس زمانی جریان به مقیاس زمانی سینتیک شیمیایی تعریف می‌شود [۱۷]. در این تحقیق با توجه به روش بکارگرفته شده در مرجع [۱۶] از اثرات تولید یا مصرف گونه‌های شیمیایی به واسطه‌ی آشفستگی جریان نظر شده و روش نرخ محدود بکارگرفته شده است.

¹ Damkohler number

با توجه به اینکه اتیلن (C_2H_4) به عنوان ماده‌ی سوختی در تحقیق حاضر بکار گرفته شده سازوکار ساده‌شده‌ی سینتیک شیمیایی آن بر اساس داده‌های مرجع [۱۹] در سه مرحله مطابق جدول ۳ ارائه می‌شود. در این سازوکار واکنش‌های هر مرحله به صورت واکنشی مقدماتی و فاقد برگشت فرض شده است. با توجه به سازوکار تعریف شده مقدار نرخ غلظت گونه‌های شیمیایی از طریق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. از آنجا که سازوکار واکنشی بدون برگشت در نظر گرفته شده رابطه (۱۱) به رابطه (۱۲) ساده می‌شود.

جدول ۳- سازوکار واکنش سه مرحله‌ای در نظر گرفته شده برای سوخت اتیلن بر اساس داده‌های مرجع [۱۹]

Table 3- three step of ethylene reaction mechanism according to data of [19] reference

Reaction steps	Reaction	$A \left[\frac{\text{kgmole}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \right]$	$E_a \left[\frac{\text{j}}{\text{kgmole}} \right]$	b
Step 1	$C_2H_4 + O_2 \xrightarrow{k_1} 2CO + 2H_2$	2.10×10^{11}	149779.2×10^3	0.0
Step 2	$2CO + O_2 \xrightarrow{k_2} 2CO_2$	3.48×10^5	84261.5×10^3	2.0
Step 3	$2H_2 + O_2 \xrightarrow{k_3} 2H_2O$	3.00×10^{14}	0.00	-1.0

$$\omega_{i,m} = (sc_{j,m}'' - sc_{i,m}') \left(k_{f,m} \prod_{i=1}^n [S_{i,m}]^{\eta_{i,m}'} - k_{b,m} \prod_{i=1}^n [S_{i,m}]^{\eta_{i,m}''} \right) \quad (11)$$

$$\xrightarrow{k_{b,m}=0} \omega_{i,m} = (sc_{j,m}'' - sc_{i,m}') \left(k_{f,m} \prod_{i=1}^n [S_{i,m}]^{\eta_{i,m}'} \right) \quad (12)$$

$$k_{f,m} = AT^b \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T}\right), \quad R_u = 8314.5 [\text{j/kgmole-K}] \quad (13)$$

معادله بقای اندازه حرکت

معادلات اندازه حرکت با توجه به هندسه‌ی در نظر گرفته شده در سه جهت طولی، شعاعی و زاویه‌ای به فرم زیر استخراج می‌شود [۲۰].

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (v_x) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (v_x) + v_x \frac{\partial}{\partial x} (v_x) \right) = -\frac{\partial}{\partial x} (P) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rx}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx}) + s_{u,x \text{ mom}} \quad (14)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (v_r) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (v_r) - \frac{v_\theta^2}{r} + v_x \frac{\partial}{\partial x} (v_r) \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (P) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rr}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{rx}) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + s_{u,r \text{ mom}} \quad (15)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (v_\theta) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (v_\theta) + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_x \frac{\partial}{\partial x} (v_\theta) \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{\theta x}) + s_{u,\theta \text{ mom}} \quad (16)$$

در روابط بالا آخرین عبارات در سمت راست بیانگر چشمه‌ی اندازه حرکت در جهت مختصاتی مربوطه بر واحد حجم است. همچنین عبارات مربوط به تنش‌های لزجی، بردار سرعت (\vec{v}) و دیورژانس بردار سرعت ($\nabla \cdot \vec{v}$) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \mu \left(2 \frac{\partial}{\partial x} (v_x) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \right), & \tau_{rr} &= \mu \left(2 \frac{\partial}{\partial r} (v_r) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \right), & \tau_{\theta\theta} &= \mu \left(2 \frac{v_r}{r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \right) \\ \tau_{\theta x} &= \mu \left(\frac{\partial}{\partial x} (v_\theta) \right), & \tau_{rx} &= \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} (v_z) + \frac{\partial}{\partial z} (v_r) \right), & \tau_{r\theta} &= \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right) \\ \vec{v} &= v_i \hat{i} + v_\theta \hat{\theta} + v_r \hat{r} = v_x + v_\theta + v_r, & \nabla \cdot \vec{v} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial x} (v_z) \end{aligned} \quad (17)$$

معادله بقای انرژی

معادله بقای انرژی برای بخش سیالاتی مسئله به صورت رابطه (۱۸) تعریف می‌شود. که در آن v_i به عنوان اختلاف سرعت توده‌ی سیال مخلوط با گونه‌ی i ام در نظر گرفته می‌شود و عامل اصلی نفوذ جرمی در جریان سیال مخلوط است. همچنین عبارت Φ در این رابطه به عنوان تابع اتلاف تعریف می‌شود که معادله‌ی مربوطه در رابطه (۱۹) ارائه شده است [۲۱]. آخرین عبارت در سمت راست رابطه (۱۸) بیان‌گر چشمه (یا چاه حرارتی) بر واحد حجم بوده $(s_{u,e})$ که در این تحقیق حرارت مصرفی جهت گازسازی سوخت جامد را شامل می‌شود. روابط مربوطه و نحوه استخراج معادلات مرتبط با حرارت مورد نیاز برای فرآیند گازسازی سوخت جامد در بخش شرایط مرزی آورده شده است.

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial}{\partial t} (C_p T) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (C_p T) + v_x \frac{\partial}{\partial x} (C_p T) \right] &= \left[\frac{\partial}{\partial t} (P) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (P) + v_x \frac{\partial}{\partial x} (P) \right] + k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \\ &- \left[\sum_{i=1}^n \omega_i \Delta h_{f,i}^0 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho \sum_{i=1}^n \int C_{p,i} Y_i v_{i,r} dT \right) \right) + \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \sum_{i=1}^n \int C_{p,i} Y_i v_{i,x} dT \right) \right) \right] + \Phi + s_{u,e} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Phi &= 2\mu \left[\left(\frac{\partial}{\partial r} (v_r) \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta) + \frac{v_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z} (v_z) \right)^2 \right] + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_r) \right]^2 + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_x) + \frac{\partial}{\partial x} (v_\theta) \right]^2 \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial x} (v_r) + \frac{\partial}{\partial r} (v_x) \right]^2 - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v})^2 \end{aligned} \quad (19)$$

معادله بقای انرژی برای بخش جامداتی (سوخت جامد) به صورت رابطه (۲۰) استخراج می‌شود. از آنجا که انرژی مصرفی جهت گازسازی سوخت جامد (\dot{q}) همانطور که در بخش شرایط مرزی ارائه می‌شود در بخش سیالاتی مسئله اعمال خواهد شد، بنابراین عبارت انرژی مصرفی از این معادله حذف شده است.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} (T) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} (T) \right) + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha_{\text{solid fuel}}} \frac{\partial}{\partial t} (T) \longrightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} (T) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} (T) \right) = \frac{1}{\alpha_{\text{solid fuel}}} \frac{\partial}{\partial t} (T) \quad (20)$$

شرایط مرزی مسئله

شرایط مرزی مسئله مطابق شکل ۳ تعریف می‌شود. شرط مرزی سطح مشترک به دلیل پیچیدگی‌های مربوطه مستلزم شرح بیشتری بوده که توضیحات آن در زیربخشی جداگانه بیان شده است. برای محیط خارج از دامنه‌ی حل شرایط فشار و دمای استاندارد^۱ در نظر گرفته شده به طوری که دیواره‌ی سوخت جامد که با محیط بیرون در تماس است دمایی ثابت و برابر با ۲۹۸/۱۵ کلوین را دارا خواهد بود. سایر دیواره‌ها از لحاظ دمایی بی‌درو بوده و شرایط عدم لغزش سیال برای دیواره‌های در

^۱ $P_a = 101325$ [bar] and $T_a = 298.15$ [K] = 25 [C]

تماس با دامنه‌ی حل سیالاتی برقرار است. همان‌طور که در بخش ساختار ابعادی ذکر شده جهت کاهش حجم محاسبات و در نظر گرفتن شرایط توسعه یافتگی جریان هوا در ورودی، شکل سرعت جریان آشفته در محاسبات عددی به صورت زیر برنامه‌ی الحاقی استفاده شده است. از آنجا که استفاده از شرط مرزی سرعت ورودی برای جریان‌های تراکم‌پذیر نامناسب بوده [۱۷] و از طرفی لازم است شکل سرعت جریان آشفته در حالت توسعه یافته بر مرز ورودی هوا اعمال شود به همین جهت با در نظر گرفتن رابطه‌ی (۲۱) شار جرمی هوا ($\dot{m}''(r)$) به صورت تابعی از شعاع ورودی هوا (r) در مرز ورودی هوا به داخل موتور اعمال شده است. در این رابطه \dot{m} دبی جرمی هوا بوده که از جدول ۱ استخراج می‌شود.

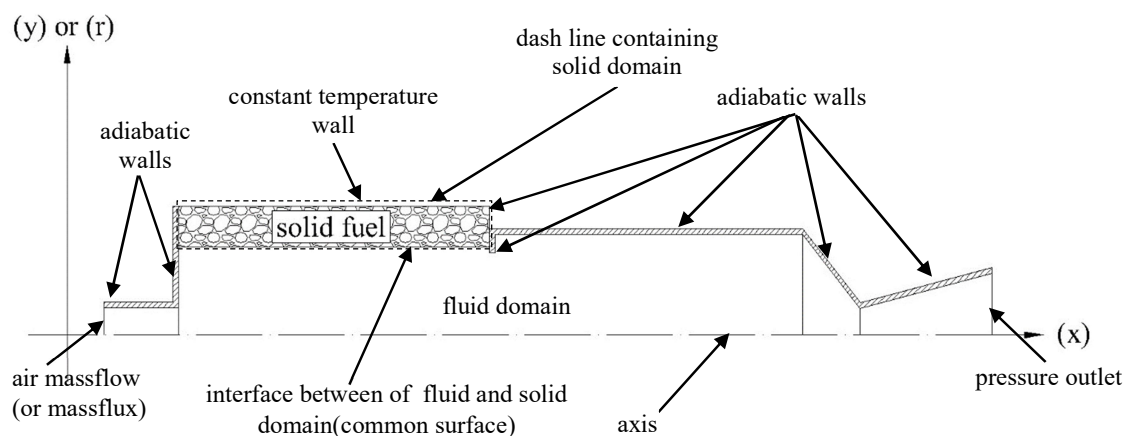


Figure 3- boundary conditions considered in present research
 شکل ۳- شرایط مرزی در نظر گرفته شده در تحقیق حاضر

$$\dot{m}''(r) = \frac{\dot{m}}{A_{in}} = \frac{\rho A_{in} v(r)}{A_{in}} \rightarrow \dot{m}''(r) = \rho v(r) \quad (21)$$

با توجه به آشفته بودن جریان جهت بکارگیری شکل سرعت از رابطه (۲۲) که قانون توانی شکل سرعت^۱ نامیده می‌شود، استفاده شده است. مقدار N در این رابطه با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد که مقدار N برای آن در اغلب کاربردها پذیرفته شده است به طوری که رابطه مذکور بیشتر تحت عنوان قانون یک-هفتم شناخته می‌شود. در این تحقیق نیز از مقدار مذکور استفاده شده است [۲۲]. جهت مطالعه بیشتر مراجعه به مرجع ذکر شده توصیه می‌شود.

$$v(r) = v_{max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/N} \quad (22)$$

شرط مرزی سطح مشترک

در سطح مشترک بین سوخت جامد و محیط احتراقی می‌بایست تعادل جرمی و انرژی برقرار باشد. از طرفی مدل‌سازی فرآیند گازسازی سوخت جامد فرآیندی بسیار پیچیده است به همین جهت در مدل‌سازی احتراق سوخت جامد ماده غالب تولید شده

¹ Power-law velocity profile

در فاز گازی که ناشی از حرارت دریافتی از گازهای احتراقی محفظه است به عنوان سوخت در نظر گرفته شده و از سایر فرآیندها صرف نظر می‌شود. در تحقیق حاضر سوخت جامد مورد استفاده پلی‌اتیلن پُرچگالی^۱ بوده و ماده‌ی غالب تولید شده اتیلن (C_2H_4) با فاز گازی در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به نرخ سوزش پایین سوخت جامد در این نوع از موتورهای رم‌جت از اثرات ابعادی پسروی سوخت صرف‌نظر می‌شود. لازم به توضیح است که فرضیات صورت گرفته بر اساس داده‌های مراجع مختلف همانند مرجع [۸] و [۱۶] انجام شده است.

گازسازی سوخت جامد به واسطه‌ی فرآیند گرماکافت^۲ انجام می‌پذیرد. با افزایش دما در مواد بَسپار^۳ پایداری مولکولی از بین رفته و پیوندهای آن شکسته می‌شود که به این فرآیند گرماکافت سوخت جامد گفته می‌شود. نتیجه‌ی این فرآیند تولید موادی با مولکول‌های سبک‌تر بوده که معمولاً دارای فاز گازی می‌باشند و به عنوان محصولات گرماکافت شناخته می‌شوند. محدوده‌ی مکانی فرآیند گرماکافت در سوخت جامد در لایه‌ی نازکی از سطح سوخت شروع شده و تا سوختن آخرین محصولات گازی در بیرون از سوخت جامد ادامه پیدا می‌کند. مطابق شکل ۴ سوخت جامد در حال گرماکافت دو منطقه‌ی بی‌تأثیر از دما و متأثر از دما را شامل می‌شود. در منطقه‌ی اول فاز و ترکیب سوخت جامد تغییر نمی‌کند. منطقه دوم خود شامل دو بخش بوده که در بخش اول فاز سوخت تغییر می‌نماید ولی ترکیب شیمیایی آن ثابت است و در بخش دوم هم فاز و هم ترکیب سوخت تغییر خواهد نمود. برای این فرآیند معیار دمایی‌ای تعریف می‌شود که به آن اصطلاحاً دمای سطح سوخت (T_w) گفته شده و مبنای اندازه‌گیری حرارت مورد نیاز برای گرماکافت سوخت است. به دمایی که در آن مقدار سوخت گرماکافت شده دیگر شامل اجزایی در فاز جامد یا مایع نباشد دمای سطح گفته می‌شود و معمولاً در بازه‌ی ۷۰۰ تا ۸۵۰ کلوین خواهد بود [۲۳، ۲۴].

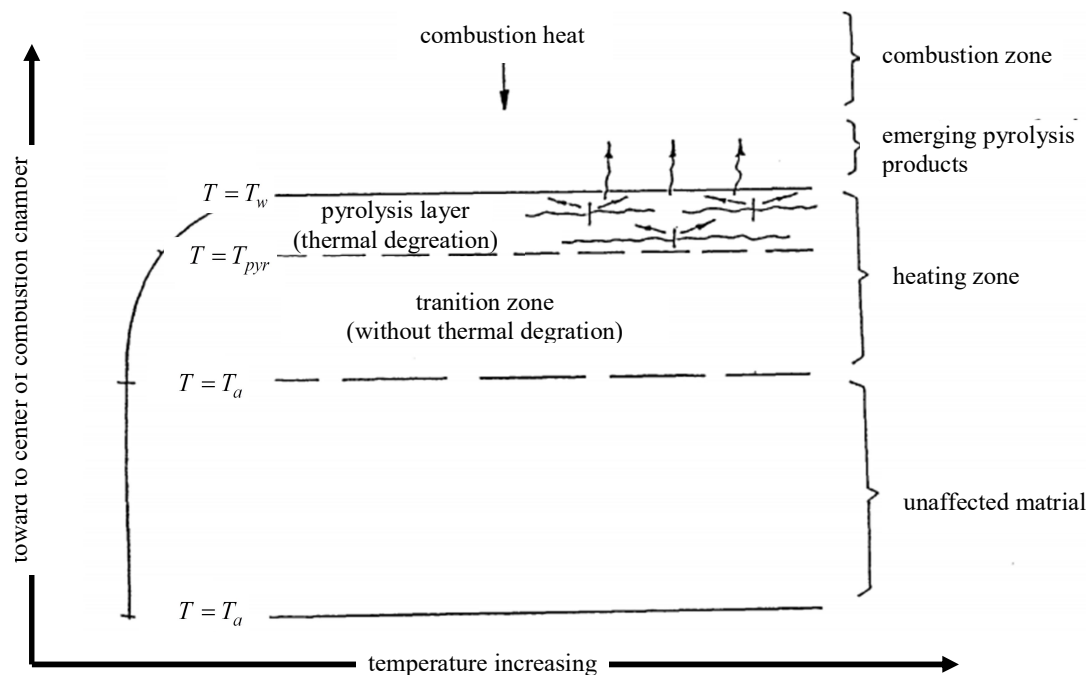


Figure 4- solid fuel temperature treatment in pyrolysis[23]

¹ High density polyethylene(HDPE)

² Pyrolysis

³ Polymer

شکل ۴- رفتار دمایی سوخت جامد در حال گرماکافت [۲۳]

عامل مهم و پُراهمیت دیگر در فرآیند احتراق سوخت‌های جامد نرخ پسروری یا نرخ سوزش (\dot{r}) سوخت است. این عامل به نوعی بیانگر میزان سوخت تزریقی به محیط احتراقی خواهد بود. معمولاً محاسبه نرخ پسروری سوخت به دو روش سطح سوخت با دمای ثابت و سطح سوخت با دمای متغیر انجام می‌شود که در این تحقیق از روش سطح سوخت با دمای متغیر استفاده شده است. در این روش نرخ پسروری سوخت جامد طبق معادله‌ای آرنیوسی از مرتبه صفر مورد محاسبه قرار گرفته که در رابطه (۲۳) ارائه شده است. در این رابطه A ثابت پیش از عبارت نمایی بوده و E_a انرژی فعال‌سازی است. با توجه به استفاده از سوخت پلی‌اتیلن در این تحقیق مقادیر مربوط به مشخصه‌های آن در جدول ۴ ارائه شده و با استفاده از رابطه (۲۳) میزان دبی جرمی سوخت وارد شده (\dot{m}_f) به محفظه‌ی احتراق بر اساس رابطه (۲۴) مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در این رابطه A_{burn} سطح سوزش سوخت بوده و برابر با سطح داخلی شاخه سوخت است. ρ_{sf} چگالی سوخت جامد در نظر گرفته شده است. جهت محاسبه دمای سطح سوخت می‌بایست معادله انرژی روی سطح سوزش به روش آورده شده در ادامه، اعمال شود.

$$\dot{r} = A \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T_w}\right) \quad (23)$$

$$\dot{m}_f = \rho_{sf} A_{burn} \dot{r} \quad (24)$$

موازنه معادله انرژی برای سطح در حال سوزش سوخت جامد به صورت شکل ۵ فرض شده است. مطابق آن موازنه انرژی در سطح با در نظر گرفتن حرارت انتقالی ناشی از گازهای احتراقی به واسطه‌ی روش جابجایی به سطح سوخت (\dot{Q}_{conv})، حرارت مورد نیاز جهت گازسازی (گرماکافت) سوخت جامد (\dot{Q}_{pyro}) و حرارت انتقالی به واسطه فرآیند رسانش (\dot{Q}_{cond}) سوخت جامد انجام شده است. لازم به توضیح است که طبق داده‌های مرجع [۲۵] اثرات انتقال حرارت تابشی بر میزان پسروری سوخت در مقابل حرارت منتقل شده به روش جابجایی ناچیز بوده و به همین علت در موازنه انرژی از انتقال حرارت به واسطه تشعشع صرف نظر شده است. بنابراین موازنه‌ی انرژی در سطح سوخت طبق رابطه (۲۵) مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

جدول ۴- مشخصات سوخت پلی‌اتیلن پُرچگالی [۱۶].

Table 4- high density polyethylene properties[16]

Properties	Pre Exponential factor(A) [m/s]	Activation energy(E_a) [j/kgmole]	Density(ρ) [kg/m ³]	Thermal conductivity(k) [w/m - K]
Value	8750	130×10^6	940	0.38

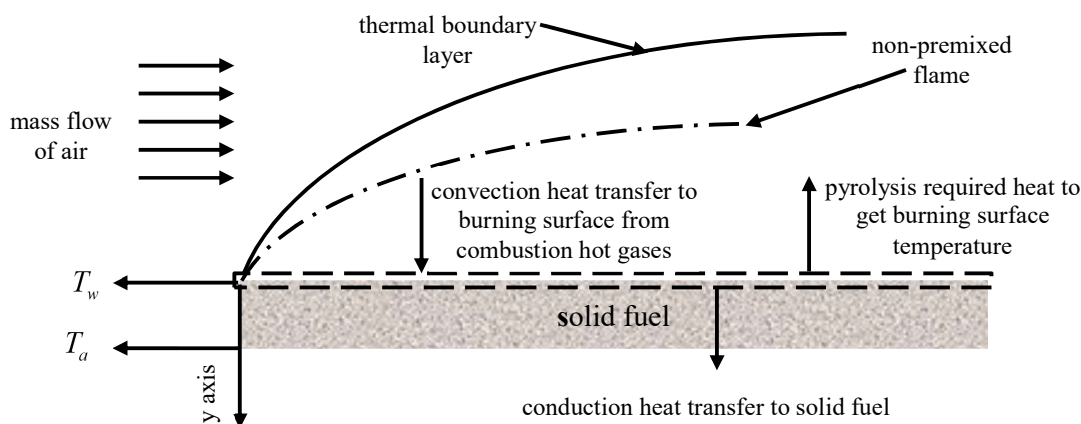


Figure 5- applying energy equation to solid fuel in pyrolysis state

شکل ۵- بکارگیری معادله انرژی در سطح سوخت در حال گرماکافت

$$\dot{Q}_{conv} - \dot{Q}_{pyro} = \dot{Q}_{cond} \quad (25)$$

معادله مربوط به حرارت منتقل شده به سطح سوخت با روش جابجایی مطابق رابطه (۲۶) تعریف شده است. از آنجا که در سطح سوخت شرایط عدم لغزش حاکم است بنابراین انتقال حرارت در سطح تنها به واسطه فرآیند رسانش انجام خواهد شد که به همین منظور رابطه مذکور به شکل انتقال حرارت رسانشی بازنویسی است. لازم به توضیح است که k_f در این رابطه بیانگر ضریب رسانش حرارتی در دامنه‌ی سیالاتی در نظر گرفته شده است.

$$\dot{Q}_{conv} = hA_{burn}(T_w - T_{air}) \xrightarrow{\text{no slip condition}} \dot{Q}_{conv} = -k_f A_{burn} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=R} \quad (26)$$

انتقال حرارت در سوخت جامد نیز به واسطه فرآیند رسانش انجام شده و طبق رابطه (۲۷) تعریف می‌شود. در این رابطه k_{sf} ضریب انتقال حرارت رسانشی سوخت جامد است.

$$\dot{Q}_{cond} = -k_{sf} A_{burn} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=R} \quad (27)$$

حرارت مورد نیاز برای فرآیند گرماکافت بر اساس بررسی صورت گرفته در مرجع [۲۶] طبق رابطه (۲۸) به صورت مجموع حرارت نهان گرماکافت ($\dot{Q}_{pyro,lat}$) و حرارت محسوس گرماکافت ($\dot{Q}_{pyro,sen}$) در نظر گرفته شده است. مقدار حرارت نهان گرماکافت بر واحد جرم ($q_{pyro,lat}$) در جدول ۵ ذکر شده که مقداری کمینه‌ی آن در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است. مقدار گرمای محسوس گرماکافت بر واحد جرم ($q_{pyro,sen}$) به صورت رابطه (۲۹) ارائه شده و همین‌طور طبق داده‌های مرجع [۲۶] رابطه (۲۹) بازنویسی شده و نهایتاً گرمای محسوس گرماکافت برای سوخت پلی‌اتیلن پُرچگالی به صورت رابطه (۳۰) استخراج می‌شود. لازم به توضیح است که مقادیر دما در رابطه (۳۰) برحسب درجه سانتیگراد تعریف شده که این موضوع در زیربرنامه‌های تهیه شده نیز اعمال شده است. همچنین ثوابت ذکر شده‌ی مربوط به این معادله در جدول ۵ ارائه شده است.

$$\dot{Q}_{pyro} = \dot{Q}_{pyro,lat} + \dot{Q}_{pyro,sen} \rightarrow \dot{Q}_{pyro} = \dot{m}_f (q_{pyro,lat} + q_{pyro,sen}) \quad (28)$$

$$q_{pyro,sen} = \int_{T_a}^{T_w} c_p(T) dT \quad (29)$$

$$q_{pyro,sen} = 1000 \times \left[C_{L0}(T_w - T_a) + \frac{C_{L1}}{2}(T_w^2 - T_a^2) + C_{R0}(T_w - T_w) + \frac{C_{R1}}{2}(T_w^2 - T_w^2) \right] \quad (30)$$

جدول ۵- مشخصه‌های سوخت پلی‌اتیلن پُرچگالی در فرآیند گرماکافت [۲۶].

Table 5- properties of HDPE in pyrolysis process[26].

Properties	Pyrolysis latent heat($q_{pyro,lat}$) [j/kg]	(C_{L0}) [j/g - C]	(C_{L1}) [j/g - C ²]	(C_{R0}) [j/g - C]	(C_{R1}) [j/g - C ²]	(T_{tr}) [C]
Value	$(1138 \pm 138) \times 10^3$	1.4100	0.00896	1.76000	0.00508	134.0

با ادغام روابط (۲۳)، (۲۴)، (۲۶)، (۲۷)، (۲۸)، (۳۰) و قرار دادن آن در رابطه (۲۵) رابطه (۳۱) استخراج خواهد شد. در

صورت گسسته‌سازی مشتقات معادله (۳۱) مشاهد می‌شود که تنها مجهول در رابطه (۳۲) دمای سطح سوخت است که با روش‌های سعی و خطا مورد محاسبه قرار خواهد گرفت. در این رابطه $T_{sf,1}$ دما در اولین سلول محاسباتی در دامنه سیالاتی بوده و $T_{f,1}$ اولین سلول محاسباتی در دامنه حل جامداتی (سوخت جامد) است که این مقادیر با توجه به مشخص بودن دماها در جریان آزاد و مرز سوخت جامد در تماس با محیط از طریق برآورد توزیع دما محاسبه شده و از معلومات مسئله خواهد بود. لازم به توضیح است که در رابطه‌ی (۳۲)، $\Delta y_{sf,1}$ و $\Delta y_{f,1}$ به ترتیب ارتفاع اولین سلول محاسباتی در دامنه حل سیالاتی و جامداتی خواهد بود.

$$\underbrace{\rho_{sf} A \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T_w}\right) \left\{ q_{pyro,lat} + \left(1000 \left[C_{L0} (T_{tr} - T_a) + \frac{C_{L1}}{2} (T_{tr}^2 - T_a^2) + C_{R0} (T_w - T_{tr}) + \frac{C_{R1}}{2} (T_w^2 - T_{tr}^2) \right] \right) \right\}}_{\dot{Q}_{pyro}} = \underbrace{\left\{ k_{sf} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=R} \right\}}_{\dot{Q}_{cond}} - \underbrace{\left\{ k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=R} \right\}}_{\dot{Q}_{conv}} \quad (31)$$

$$\underbrace{\rho_{sf} A \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T_w}\right) \left\{ q_{pyro,lat} + \left(1000 \left[C_{L0} (T_{tr} - T_a) + \frac{C_{L1}}{2} (T_{tr}^2 - T_a^2) + C_{R0} (T_w - T_{tr}) + \frac{C_{R1}}{2} (T_w^2 - T_{tr}^2) \right] \right) \right\}}_{\dot{Q}_{pyro}} = \underbrace{\left\{ k_{sf} \frac{T_w - T_{sf,1}}{\Delta y_{sf,1}} \right\}}_{\dot{Q}_{cond}} - \underbrace{\left\{ k_f \frac{T_{f,1} - T_w}{\Delta y_{f,1}} \right\}}_{\dot{Q}_{conv}} \quad (32)$$

با توجه به توضیحات ذکر شده جهت اعمال شرط مرزی سطح مشترک در این تحقیق از یک مرز دیواره که از لحاظ دمایی با دامنه‌ی حل سیالاتی و جامداتی جفت شده^۱ استفاده شده است. بخش مربوط به حرارت مورد نیاز گرماکافت در معادله (۳۱) به عنوان چاه حرارتی توسط زیربرنامه‌ای تهیه شده و به حل‌گر الحاق شده است به طوری که برنامه مربوطه در بخش چاه حرارتی معادله (۱۸) اعمال می‌شود. با مشخص شدن دمای سطح در حال سوزش به واسطه‌ی حل معادله انرژی میزان نرخ جرم سوخت تزریقی نیز از رابطه‌ی (۲۴) مشخص خواهد شد. به همین منظور زیربرنامه مربوط به این رابطه نیز تهیه شده و به عنوان چشمه جرمی برای گونه‌ی شیمیایی سوخت در رابطه (۹) به حل‌گر معادلات پیوست شده است.

روش بکار گرفته شده در مدل‌سازی آشفستگی جریان

بیشتر کارهای تحقیقاتی حاضر از روش‌های مدل‌سازی جریان آشفته بر اساس رویکرد متوسط‌گیری زمانی معادلات ناویر-استوکس^۲ انجام می‌پذیرد. به همین منظور در این تحقیق نیز از رویکرد مذکور استفاده شده است. رویکردهای متوسط‌گیری بسته به تعداد معادله‌ی دیفرانسیل بکارگرفته شده در آن شامل مدل‌های صفر، یک و دو معادله‌ای می‌شود. روش‌های $\kappa - \varepsilon$ و $\kappa - \omega$ از مدل‌های دو معادله‌ای در مدل‌سازی آشفستگی جریان با رویکرد متوسط‌گیری زمانی است که یک معادله دیفرانسیل برای نرخ تولید آشفستگی (κ) و یک معادله دیفرانسیل برای نرخ اضمحلال (ε) یا اضمحلال مخصوص (ω) جهت ارزیابی و محاسبه جریان آشفته مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش $\kappa - \varepsilon$ در دسته روش‌های رینولدز بالا دسته‌بندی می‌شود به این معنی

¹ Coupled

² Reynolds averaged navier-stokes(RANS) approach

که در مناطقی از دامنه‌ی حل دور از دیواره ($y^+ \geq 30$) که اثرات جریان نزدیک دیواره دارای اهمیت نباشد مناسب بوده و در نواحی نزدیک دیوار نتایج مناسبی را ارائه نمی‌دهد. روش $\kappa - \omega$ در دسته روش‌های رینولدز پایین قرار داشته و در مناطقی که رفتار جریان نزدیک دیواره مهم باشد ($y^+ \leq 5$) مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه در این تحقیق فرآیند انتقال حرارت در سطح مشترک دارای اهمیت بوده و انتقال حرارت نیز متأثر از رفتار جریان در نزدیک دیواره است در این تحقیق استفاده از روش‌های رینولدز پایین در نظر قرار گرفته شده است. روش‌های رینولدز پایین نیز خود دارای انواع مختلفی اعم از روش استاندارد^۱، روش انتقال تنش برشی ($\kappa - \omega_{SST}$)^۲ و ... است. در روش انتقال تنش برشی در نزدیکی دیواره از روش $\kappa - \omega$ استفاده شده و در مناطق دور از دیواره (خارج از لایه مرزی) روش $\kappa - \epsilon$ بکار برده می‌شود. بکارگیری روش $\kappa - \epsilon$ خود به دلیل قابلیت مناسب این روش در مدل‌سازی فرآیندهای احتراقی در روش $\kappa - \omega_{SST}$ به عنوان مزیتی در این تحقیق محسوب می‌شود [۱۷، ۲۷]. به همین جهت و با در نظر گرفتن توضیحات ذکر شده در این تحقیق روش $\kappa - \omega_{SST}$ در مدل‌سازی جریان آشفته بکار گرفته شده و لازم به توضیح است که در مرجع [۱۶] نیز از روش مذکور برای مدل‌سازی فرآیند احتراق در موتور رم‌جت با سوخت جامد استفاده شده است.

با توجه به توضیحات ارائه شده در بالا و اینکه در حل معادلات مربوط به این تحقیق از حلگر فلوننت استفاده شده است، معادلات حاکم در حل آشفته که از مرجع [۱۷] به طور خلاصه استخراج شده به شرح زیر است.

رویکرد متوسط‌گیری جریان با فرض اینکه متغیرهای جریان (φ) طبق رابطه (۳۳) به صورت مجموع متغیر نوسانی (φ') و متغیر متوسط ($\bar{\varphi}$) باشد، انجام می‌شود. با در نظر گرفتن این موضوع و جاگذاری متغیرهای نوسانی و متوسط در روابط پیوستگی و اندازه حرکت، معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده به صورت روابط (۳۴) و (۳۵) استخراج می‌شود.

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (33)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (35)$$

عبارت $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ در بخش انتهایی رابطه بالا تحت عنوان تانسور تنش رینولدز شناخته می‌شود و با بکارگیری فرضیه بوزینسک به صورت رابطه (۳۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_{tur} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho \kappa + \mu_{tur} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (36)$$

با جاگذاری رابطه (۳۶) در رابطه (۳۵) عبارت تانسور تنش رینولدز حذف شده و لزجت آشفتهگی (μ_{tur}) به عنوان مجهول جدید به معادله‌ی (۳۵) اضافه می‌شود. لزجت آشفتهگی در روش انتقال تنش برشی به صورت تابعی از نرخ تولید آشفتهگی (κ) و اضمحلال مخصوص (ω) به صورت رابطه‌ی (۳۷) در نظر گرفته می‌شود. جهت محاسبه نرخ تولید آشفتهگی و اضمحلال مخصوص دو معادله‌ی انتقال به صورت روابط (۳۸) و (۳۹) مورد محاسبه قرار می‌گیرد.

¹ Standard k- ω Model

² Shear-Stress Transport (SST) k- ω Model

$$\mu_{ur} = \frac{\rho\kappa}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha}, \frac{S \times F_2}{a_1 \omega}\right]} \quad (37)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\kappa\bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) + G_\kappa - Y_\kappa + S_\kappa \quad (38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega\bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (39)$$

در روابط بالا S تانسور متوسط نرخ کرنش، F_2 یک تابع، α_1 مقداری ثابت، α ضریبی که برای اعداد رینولدز بالا برابر یک و اعداد رینولدز پایین از رابطه‌ای تعریف شده پیروی می‌کند. G_k بیانگر میزان تولید انرژی جنبشی آشفتگی به واسطه‌ی شیب سرعت متوسط، G_ω مقدار تولید اضمحلال مخصوص، Γ_ω و Γ_k به ترتیب نفوذ مؤثر ω و κ است. در روابط مذکور اضمحلال و از بین رفتن κ و ω به ترتیب توسط Y_ω و Y_κ تعریف می‌شود. D_ω عبارت نفوذ عرضی^۱، S_κ و S_ω به عنوان چشمه‌های تولید انرژی آشفتگی و اضمحلال مخصوص در صورت وجود در معادلات ذکر شده اعمال می‌شود. عبارت نفوذ عرضی طبق رابطه (۴۰) تعریف شده و متأثر از تابع ترکیب (F_1) است. تابع ترکیب طوری تعریف شده تا مقدار آن در نواحی نزدیک دیواره برابر یک و دور از دیواره برابر صفر شود و این موضوع سبب می‌شود تا مقدار نفوذ عرضی در نواحی نزدیک دیواره برابر صفر شده و معادله (۳۹) به فرم یک معادله $\kappa-\omega$ استاندارد تبدیل شود و در نواحی دور از دیواره معادله (۳۹) به شکل یک معادله $\kappa-\varepsilon$ استاندارد تغییر پیدا کند. به این شکل در روش انتقال تنش برشی مزایای هر دو روش $\kappa-\varepsilon$ و $\kappa-\omega$ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$D_\omega = 2(1-F_1)\rho \frac{1}{\omega\sigma_{\omega,2}} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (40)$$

لازم به توضیح است که جهت بسته شدن معادلات مربوط به آشفتگی جریان ثوابتی در روش‌های مدل‌سازی جریان آشفتنه مورد استفاده قرار می‌گیرد که ثوابت مذکور و سایر معادلات مربوط به محاسبه متغیرهای ارائه شده در این بخش در مرجع [۱۷] قابل مطالعه و استخراج است که جهت خلاصه سازی مباحث مربوطه در این متن ارائه نشده است.

گسسته‌سازی معادلات

از آنجا که بکارگیری روش‌های عددی مستلزم گسسته‌سازی معادلات حاکم بر مسئله است در این تحقیق نیز معادلات مربوطه توسط حلگر مربوطه گسسته شده و در شبکه محاسباتی تولید اعمال شده است. در حلگر فلوئنت دو رویکرد کلی در ترتیب، چینش و نحوه‌ی حل معادلات حاکم بر مسئله وجود دارد که شامل رویکرد فشارپایه و چگالی‌پایه است. به صورت سنتی و تاریخی رویکرد چگالی‌پایه برای جریان‌های پرسرعت تراکم پذیر مورد استفاده قرار می‌گیرد و روش فشارپایه برای جریان‌های کم‌سرعت تراکم ناپذیر توسعه داده شده است. ولی در این آواخر توسعه‌ی صورت گرفته در معادلات مربوطه سبب شده تا هر دو رویکرد در دامنه‌ی وسیعی از جریان‌ها به کار گرفته شود [۱۷]. در این تحقیق با توجه سرعت بالاتر رویکرد فشارپایه از این روش در حل مشخصه‌های میدان جریان استفاده شده است.

¹ Cross-diffusion term

در این تحقیق جهت ارتباط دهی معادلات فشار و سرعت روش پیرو^۱ که مناسب مسائل گذار است [۱۷] بکار برده شده و همچنین برای معادلات دیفرانسیل مربوط به آشفتگی جریان شامل معادله‌های نرخ تولید (κ) و اضمحلال مخصوص (ω) از گسسته‌سازی مرتبه اول و سایر معادلات از گسسته‌سازی مرتبه دوم مورد استفاده قرار گرفته است.

تولید شبکه‌ی محاسباتی

یکی از دیگر موارد مورد نیاز و بررسی، گسسته‌سازی دامنه حل با استفاده از تولید شبکه محاسباتی بوده به طوری که تعداد و نوع شبکه محاسباتی همواره از موضوعات بسیار مهم در محاسباتی عددی است. افزایش تعداد شبکه سبب افزایش دقت نتایج شده و از طرفی سبب افزایش هزینه محاسباتی خواهد شد. در این تحقیق با توجه به توصیه‌ی مرجع [۱۷] در بکارگیری شبکه چهار وجهی در هندسه‌های ساده و نسبتاً ساده از شبکه‌های چهار وجهی استفاده شده و با توجه به مشخص نبودن مقدار سرعت در سطوح داخلی دامنه‌ی حل، استفاده از سرعت جریان در ورودی مبنای محاسبه ارتفاع اولین سلول قرار گرفته است. ارتفاع اولین سلول محاسباتی بر مبنای $Y^+ = 1$ به میزان 0.003 [mm] در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به نفوذ حرارتی ناچیز در سوخت جامد که در مرجع [۲۴] مقدار تقریبی 0.5 [mm] گزارش شده و جهت ضبط مناسب تغییرات دمایی در این بازه، ارتفاع اولین سلول در دامنه جامداتی نیز برابر با 0.003 [mm] در نظر گرفته شده است. جهت استقلال حل از شبکه محاسباتی سه شبکه‌ی درشت، متوسط و ریز با مشخصات ارائه شده در جدول ۶ تولید شده و شکل ۶ بیانگر

جدول ۶- مشخصات شبکه تولیدی برای ساختار شماره ۲

Table 6- properties of produced grid in case 2

Type of grid	Number of cells	Minimum orthogonality	Maximum skewness
Coarse	58116	6.68486×10^{-1}	3.31514×10^{-1}
Mean	63696	8.97404×10^{-1}	1.02596×10^{-1}
Fine	83906	8.97404×10^{-1}	1.02596×10^{-1}

تولیدی مربوط به ساختار هندسی شماره ۲ است. در جدول مربوطه دو معیار کیفی شبکه شامل کمینه تعامد و بیشینه خمیدگی (چولگی) مشاهده می‌شود. طبق داده‌های مرجع [۱۷] هر چه مقدار کمینه تعامد به عدد واحد (یک) و مقدار بیشینه خمیدگی به صفر نزدیک‌تر باشد شبکه تولیدی دارای کیفیت بالاتری خواهد بود که طبق معیار ذکر شده شبکه تولیدی کیفیت مناسبی را دارا است. دلیل یکسان بودن معیارهای کیفی در شبکه متوسط و ریز افزایش تعداد سلول‌ها در محفظه‌ی احتراق اصلی بوده و سایر قسمت‌ها که معیارهای حدی کیفیت مربوط به آن بخش‌های است از لحاظ تعداد شبکه تغییری داده نشده است که این موضوع به دلیل اهمیت بخش محفظه احتراق اصلی در نتایج حل و کاهش حجم محاسبات انجام شده است.

¹ Pressure-implicit with splitting of operators (PISO)

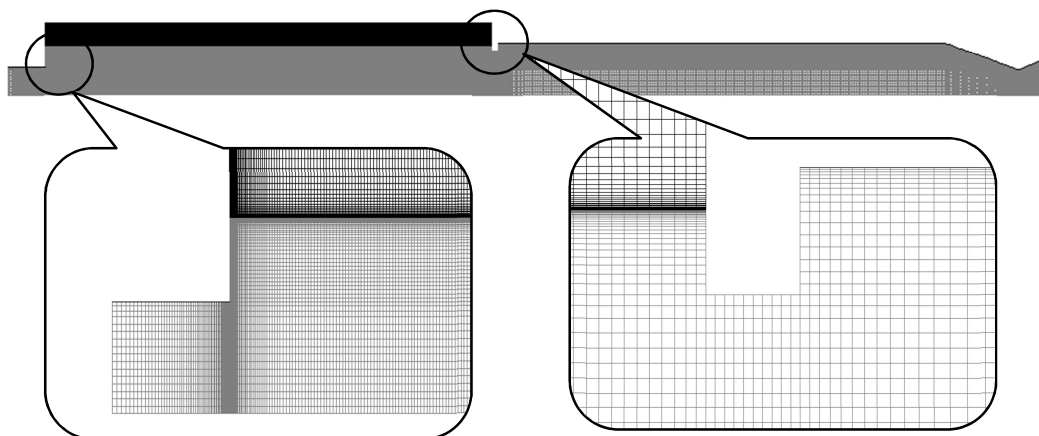


Figure 6- produced grid for case 2 in mean type
شکل ۶- شبکه تولید شده برای ساختار شماره ۲ در حالت متوسط

شروع، ادامه و پایان حل

در مدل سازی فرآیندهای احتراقی همواره جهت شروع فرآیند احتراق نیاز به یک انرژی حرارتی اولیه است. در این تحقیق با توجه به داده‌های مرجع [۱۶] و مطابق شکل ۷ از یک جریان حاوی محصولات احتراق کامل اتیلن با دبی 0.4 [kg/s] و دمای 2500 [K] استفاده شده به طوری که گازهای داغ مذکور با هوای ورودی مخلوط شده و به مدت 1 [s] در محفظه جریان

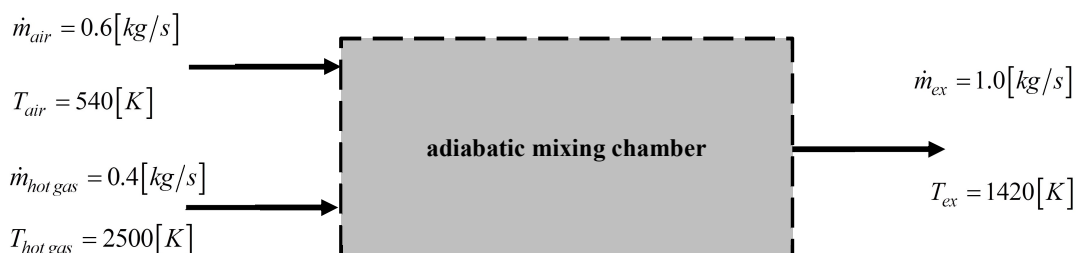


Figure 7- schematic of inlet air adiabatic mixing chamber for inlet air and hot gas
شکل ۷- طرح‌واره‌ای از محفظه اختلاط جریان هوای ورودی و گازهای داغ

می‌یابد و بعد از این زمان جریان گازهای داغ قطع شده و به مدت 0.5 [s] جریان هوا با مشخصات ذکر شده در جدول ۱ ادامه می‌یابد. بعد از این زمان، حل متوقف شده و نتایج موردنظر استخراج شده و مورد مقایسه با داده‌های ارائه شده در مرجع [۱۶] قرار خواهد گرفت. همچنین برای محاسبه دمای تعادل حاصل از جریان گازهای داغ و هوای ورودی فرض شده محفظه‌ی اختلاط بی‌درو بوده و هیچ‌گونه آفتی را در جریان سبب نمی‌شود. لازم به توضیح است که در این تحقیق با توجه به گذرا بودن جریان از گام‌های زمانی به مقدار $1 \times 10^{-5} \text{ [s]}$ و تعداد ۱۵۰ تکرار در هر گام زمانی استفاده شده است.

مقایسه نتایج

با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش‌های پیشین، حل عددی مسئله با استفاده از حلگر فلونتت نسخه $18/2$ و بکارگیری کامپیوتری خانگی که دارای پردازنده‌ی چهار هسته‌ای از نوع $corei7-4790$ با بسامد پردازش 3.6 [GHz] بوده، انجام شد

و جهت بررسی نتایج بدست آمده، مقدار نرخ پسروی متوسط و محلی حاصل شده از حل عددی در تحقیق حاضر برای ساختار شماره ۲ با داده‌های مرجع [۱۶] مورد مقایسه قرار گرفت. برای این منظور مقادیر متوسط نرخ پسروی در جدول ۷ و نرخ پسروی محلی در شکل ۸ ارائه شده است. لازم به توضیح است که مطابق جدول زیر در مرجع [۱۶] برای تعداد سلول‌های شبکه دو مقدار ذکر شده و برای نتایج بدست آمده اختلافی ناچیز و قابل چشم پوشی در این مرجع گزارش شده است.

جدول ۷- نتایج ارائه شده در مرجع [۱۶] و حاصل شده از حل عددی برای ساختار شماره ۲.

Table 7- provided result in reference [16] and calculated results from present numerical research for case 2.

Type of model	Number of cells	Calculation time[s]	Mean regression rate(\bar{r}_{ave}) [mm/s]	Deviation respect to reference[16] [%]
Reference [16]	82746 and 104982	haven't data	0.184157	0.000
Coarse mesh	58116	43865.544	0.12967	42.02
Mean mesh	63696	58291.217	0.20263	9.12
Fine mesh	83906	72346.119	0.20223	8.93

مقادیر متوسط نرخ پسروی سوخت که از حل عددی در این تحقیق حاصل شده برای سه شبکه تولیدی در جدول ۷ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد سلول‌ها میزان اختلاف با مرجع [۱۶] کاهش یافته و از طرفی حجم زمانی محاسبات نیز بیشتر شده است. مقایسه نرخ پسروی محلی نیز در شکل ۸ ارائه شده است. مطابق این شکل نتایج مربوطه با افزایش حجم شبکه تولیدی بر نتایج مرجع [۱۶] منطبق‌تر شده و برای شبکه‌ی متوسط و ریز اختلاف بین نتایج عددی حاصل در این تحقیق بسیار ناچیز بدست آمده است که این موضوع بیان‌گر استقلال نتایج حل از حجم شبکه تولیدی خواهد بود. از طرفی نتایج بدست آمده در تحقیق حاضر برای شبکه‌های متوسط و ریز با نتایج ارائه شده مرجع [۱۶] دارای هم‌خوانی و تطابق مناسبی بوده و اختلاف ناچیز موجود را می‌توان ناشی از مشخص نبودن مقادیر حدی استفاده شده در برآورد حرارت مورد نیاز فرآیند گرماکافت و خطاهای اجتناب‌پذیر عددی دانست.

طبق توضیحات ذکر شده‌ی بالا در خصوص مقایسه نتایج حل و با توجه به اختلاف ناچیز حاصل شده در مقادیر مربوط به نرخ پسروی سوخت در حالت متوسط و محلی و همچنین استقلال نتایج از حجم شبکه برای حالت‌های متوسط و ریز، می‌توان صحت داده‌های محاسبه شده را نتیجه گرفت. بنابراین این امکان وجود دارد تا بتوان در حل مسائل مشابه از روش بکارگرفته شده استفاده نمود که به همین جهت ساختارهای ذکر شده در جدول ۱ با روش شرح داده شده مورد بررسی قرار گرفته و نتایج استخراج شده در بخش بعدی این تحقیق ارائه شده است.

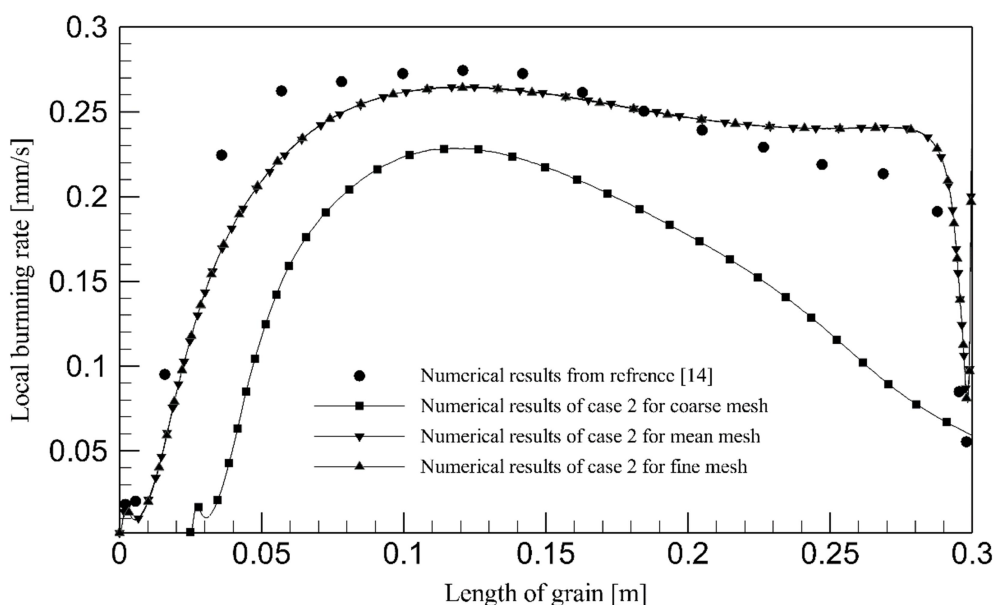


Figure 8- comparing of local regression rate from numerical calculation in present research respect to result of reference [16].

شکل ۸- مقایسه نرخ پسروری محلی حاصل شده از حل عددی در تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۶].

نتایج بدست آمده از حل عددی

از آنجا که هدف از بکارگیری موتورهای رمجت تولید نیروی پیشرانش برای وسیله پرنده است به همین جهت در مطالعه عددی انجام شده مشخصه‌های پیشرانشی که دارای اهمیت بالایی در این نوع از سامانه‌ها هستند مورد بررسی قرار گرفته است. این مشخصه‌ها عبارتند از بازده احتراق (η_{com})، نسبت هم‌آزای سوخت به هوا (ϕ)، سرعت مشخصه عددی (C_{num}^*)، نیروی جلوبرنده (F_T) و ضربه ویژه (I_{spe}) که در ادامه روابط مربوطه ارائه شده است.

بازده احتراق با توجه به مطالعه صورت گرفته در مرجع [۸] مطابق با رابطه (۴۱) در نظر گرفته شده است. در این رابطه $C_{p,air}$ گرمای ویژه هوا در دمای هوای ورودی (T_{air})، دبی متوسط جریان سوخت ($\dot{m}_{f,ave}$) از رابطه (۴۲)، میزان انرژی حرارتی پایین سوخت (LHV) از مرجع [۲۸] و T_{aft} دمای کل متوسط محصولات احتراقی در مرز خروج از محفظه‌ی احتراق پسین و ورود به بخش همگرای نازل که از حل عددی استخراج می‌شود، در نظر گرفته شده است.

$$\eta_{com} = \frac{\dot{m}_{air} C_{p,air} (T_{aft} - T_{air})}{\dot{m}_{f,ave} LHV} \quad (41)$$

$$\dot{m}_{f,ave} = \rho_{sf} A_{burn} \dot{r}_{ave} = \rho_{sf} A_{burn} \left[A \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T_{w,ave}}\right) \right] \rightarrow \dot{m}_{f,ave} = \rho_{sf} A_{burn} \left[A \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T_{w,ave}}\right) \right] \quad (42)$$

محاسبه مقدار سرعت مشخصه (C_{num}^*) با در نظر گرفتن رابطه (۴۳) انجام می‌شود. در این رابطه P_{aft} فشار کل متوسط جریان در مرز خروج از محفظه‌ی احتراق پسین و ورود به بخش همگرای نازل فرض شده است. A_t سطح مقطع گلوگاه نازل و \dot{m}_{ex} جریان جرم خروجی از موتور است.

$$C_{num}^* = \frac{P_{aft} A_t}{\dot{m}_{ex}} \quad (43)$$

نیروی جلوبرنده (F_T) در این تحقیق با استفاده از رابطه (44) محاسبه می‌شود. در این رابطه $(FA)_{num}$ نسبت سوخت به هوای بدست آمده از حل عددی است. v_{ex} سرعت جریان خروجی از نازل بوده و M_{air} عدد ماخ پروازی است که در مرجع [16] مقدار آن 2/5 ذکر شده است. γ_{air} نسبت گرمای ویژه‌ی هوا و برابر با 1/4 و همچنین R_{air} ثابت گازها برای هوا بوده که با توجه به داده‌های مراجع ترمودینامیکی مقدار $287 [J/kg-K]$ برای آن در نظر گرفته شده است. P_{ex} متوسط فشار استاتیک جریان خروجی از نازل و P_a فشار محیط خواهد بود.

$$F_T = \dot{m}_{air} \left\{ \left[1 + (FA)_{num} \right] v_{ex} - M_{air} \sqrt{\gamma_{air} R_{air} T_{air}} \right\} + (P_{ex} - P_a) A_{ex} \quad (44)$$

با فرض اینکه شتاب گرانش (g_0) برابر با $9.806 [m/s]$ باشد مقدار ضربه‌ی ویژه (I_{spe}) با استفاده از رابطه (45) محاسبه می‌شود.

$$I_{spe} = \frac{F_T}{\dot{m}_{f,ave} g_0} \quad (45)$$

با در نظر گرفتن روابط ذکر شده در ارزیابی مشخصه‌های پیشرانشی موتور راجت با سوخت جامد در این تحقیق، مقادیر مربوطه از حل عددی محاسبه و استخراج شده و نتایج حاصل شده برای تمامی پنج ساختار هندسی متفاوت در جدول 8 ارائه شده است.

رفتار محلی نرخ پسروری برای ساختارهای ذکر شده در شکل 9 نمایش داده شده است. مطابق شکل مذکور تغییر طول محفظه‌ی احتراق پسین طبق ساختارهای 2، 4 و 5 در میزان نرخ پسروری سوخت اثر محسوسی نداشته و این موضوع در میزان متوسط نرخ پسروری ارائه شده در جدول 8 نیز استخراج شده است ولی همانطور که از شکل مذکور استنباط می‌شود میزان نرخ پسروری محلی بسیار متأثر از ارتفاع پله است به طوری که افزایش ارتفاع پله سبب کاهش نرخ پسروری سوخت می‌شود و حالت مذکور در نرخ پسروری متوسط که در جدول 8 هم مشاهده می‌شود. دواير قرمز رنگ نمایش داده شده در شکل مذکور بیانگر نقطه اوج یا بیشینه در نرخ پسروری بعد از ورودی جریان هوا است که این نقطه به نوعی بیانگر نقطه‌ی بازبرخورد جریان مطابق شکل 1 است. در این نقطه بیشینه نرخ انتقال حرارت و به تبع آن بیشینه نرخ پسروری سوخت حاصل خواهد شد.

جدول 8- مشخصه‌های پیشرانشی استخراج شده برای ساختارهای مختلف ابعادی

Table 8- calculated propulsion properties for different geometrical cases

Calculated propulsion properties	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
Averaged burning wall temperature ($T_{w,ave}$) [K]	896.83	889.29	880.06	889.22	888.54
Averaged burning rate (\dot{r}_{ave}) [m/s]	0.00023445	0.00020223	0.00016817	0.00020195	0.00019927
Combustion efficiency (η_{com}) [%]	66.01	69.09	75.72	69.06	68.93
Fuel to air equivalent ratio (ϕ)	0.317	0.309	0.293	0.308	0.304
Numerical specific velocity (C_{num}^*) [m/s]	891.08	896.45	924.88	894.63	888.38
Thrust (F_T) [N]	38.31	41.71	58.16	40.16	33.68
Specific impulse (I_{spe}) [s]	303.39	339.12	497.60	327.01	277.91

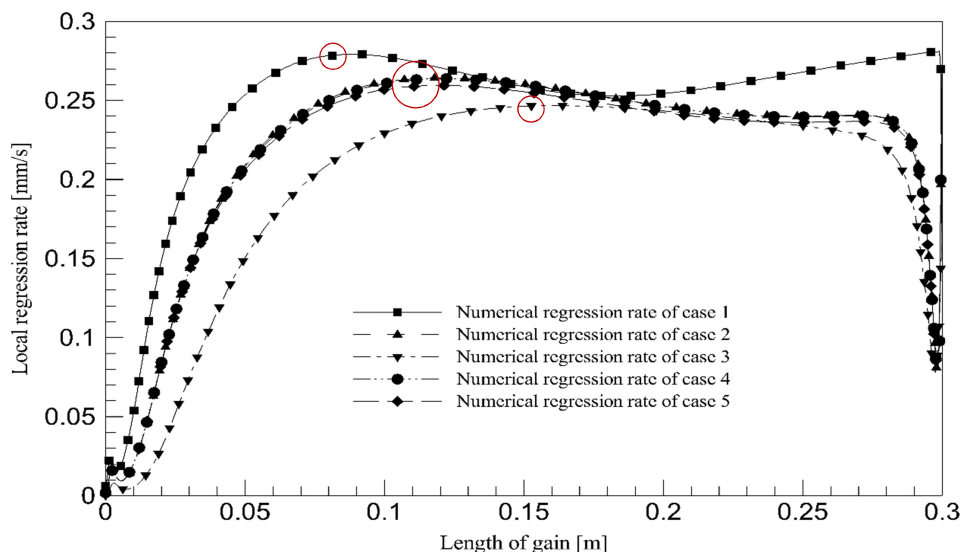


Figure 9- local regression rate for different geometrical cases at time of 1.5 second
 شکل ۹- رفتار نرخ محلی پسروی سوخت برای ساختارهای مختلف هندسی در زمان ۱/۵ ثانیه

مطابق جدول ۳ برای احتراق اتیلن سازوکار واکنشی در سه مرحله در نظر گرفته شده است. مقدار متوسط نرخ واکنش برای هر مرحله در شکل ۱۰، شکل ۱۱ و شکل ۱۲ برای ساختارهای متفاوت هندسی استخراج شده است. همان طور که مشاهده می شود میزان نرخ واکنش از شروع حل عددی به طور مستمر افزایش می یابد و در زمان ۱ ثانیه که گازهای داغ محرک احتراق قطع می شود با شیب زیادی کاهش یافته و سپس در مقدار ثابتی پایدار می شود که این وضعیت بیانگر پایدار شدن فرآیند احتراق بدون محرک آن را نمایش می دهد. از آنجا که ازدیاد نرخ واکنش به نوعی بیانگر حرارت تولیدی بیشتر بوده از شکل های مذکور استنباط می شود که بیشترین نرخ واکنشی مربوط به ساختار هندسی شماره ۳ است که این موضوع با داده های جدول ۸ نیز هم خوانی دارد. همچنین مشاهده می شود با افزایش ارتفاع پله مقدار متوسط نرخ واکنش نیز افزایش می یابد. از طرفی نرخ واکنش برای ساختارهای هندسی شماره ۲ و ۴ با تقریب بالایی بر هم منطبق شده که این موضوع با توجه به ثابت بودن ارتفاع پله برای دو ساختار مذکور رخ داده و اینکه کاهش طول محفظه ی احتراق پسین در حد ساختار هندسی شماره ۴ اثری بر میزان نرخ واکنش ندارد، اگر چه ساختار هندسی شماره ۵ از لحاظ مقدار ارتفاع پله برابر با ساختارهای هندسی شماره ۲ و ۴ است ولی به دلیل کاهش طول محفظه ی احتراق پسین به بیشترین مقدار مورد مطالعه، حالت هندسی مذکور سبب شده تا مخلوط گازی داخل محفظه فرصت لازم جهت ادامه ی واکنش را نداشته باشد که این موضوع از لحاظ عملکرد پیشرانشی نیز در انطباق با جدول ۸ است همین طور با توجه به کاهش نرخ واکنشی صورت گرفته مقادیر نرخ واکنش ساختارهای هندسی شماره ۱ و ۵ نیز تقریباً بر یکدیگر منطبق شده است.

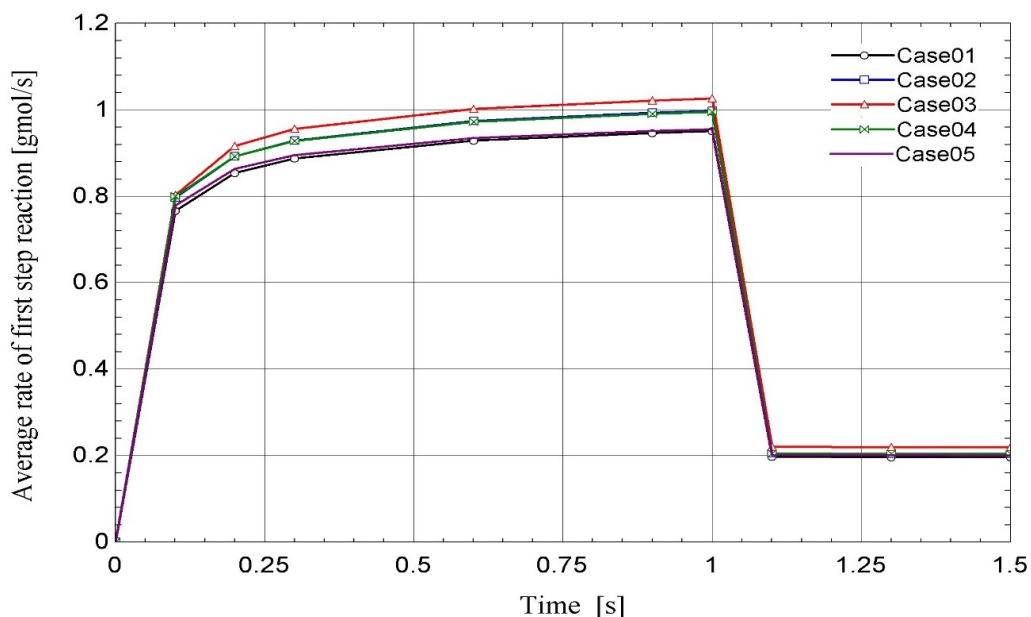


Figure 10- variation of average rate of first step reaction respect to time changing for different geometrical structures
 شکل ۱۰- متوسط نرخ واکنش مرحله اول نسبت به تغییرات زمانی برای ساختارهای هندسی مختلف

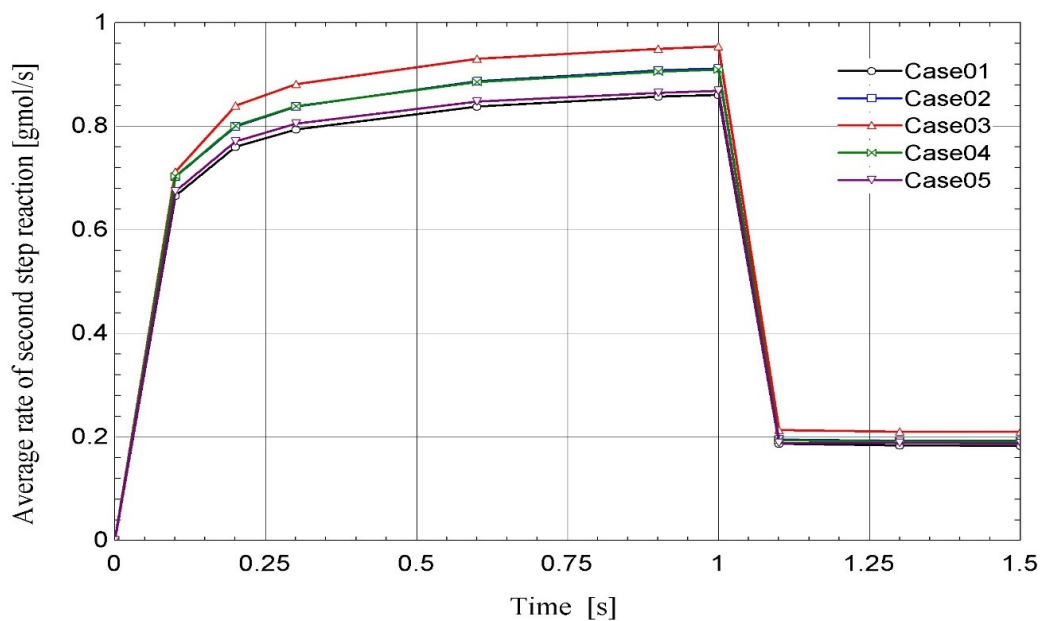


Figure 11- variation of average rate of second step reaction respect to time changing for different geometrical structures.
 شکل ۱۱- متوسط نرخ واکنش مرحله دوم نسبت به تغییرات زمانی برای ساختارهای هندسی مختلف.

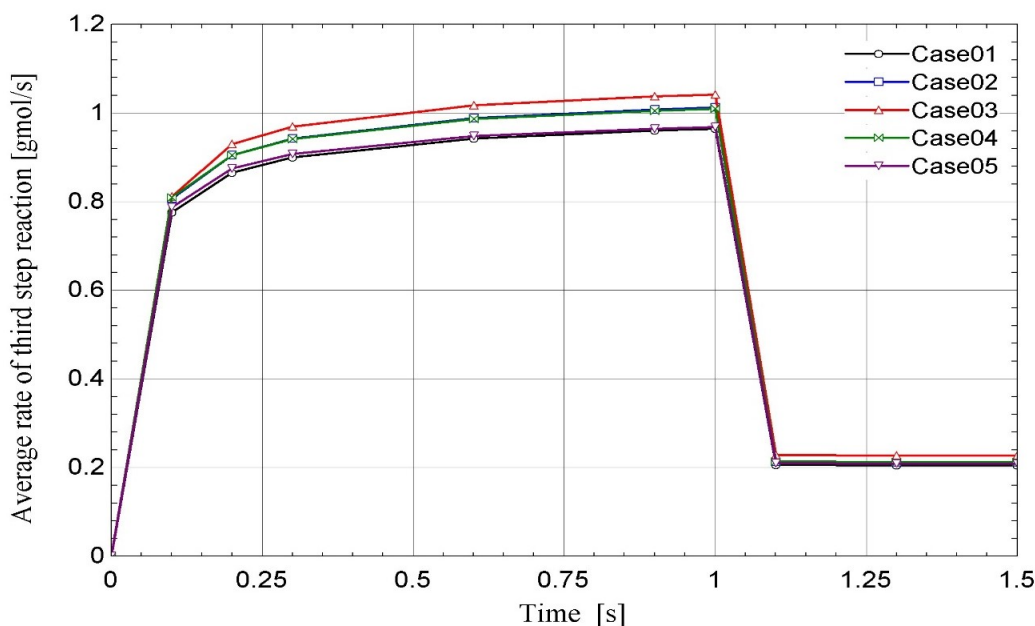


Figure 12- variation of average rate of third step reaction respect to time changing for different geometrical structures.

شکل ۱۲- متوسط نرخ واکنش سوم نسبت به تغییرات زمانی برای ساختارهای هندسی مختلف.

رفتار دمایی داخل موتور برای ساختارهای هندسی مختلف در زمان‌های ۰/۱، ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ ثانیه در شکل ۱۳ ارائه شده است. همانطور که از این شکل مشاهده می‌شود در زمان ۰/۱ ثانیه توزیع دما برای کل ساختارهای هندسی برای تمامی نقاط در دمای محیط است. بعد از گذشت ۰/۵ ثانیه از فرآیند حل، احتراق صورت گرفته و ساختارهای هندسی دماهای متفاوتی را بدست آورده است. همچنین از لحاظ ظاهری تفاوت زیادی در توزیع دما در زمان‌های ۰/۵ و ۱/۰ مشاهده نمی‌شود که این موضوع به دلیل پایداری تقریبی فرآیند احتراق است به طوری که مطابق شکل ۱۰، شکل ۱۱ و شکل ۱۲ در این زمان‌ها تغییرات نرخ واکنش مراحل سه‌گانه نیز ناچیز است. در زمان ۱/۵ ثانیه که پایان فرآیند حل است از توزیع دمایی مشاهده می‌شود که با افزایش ارتفاع پله گسترش مناطق دما بالا به داخل محفظه‌ی احتراق پسین کاهش می‌یابد (به ترتیب از ساختار هندسی شماره ۱ تا شماره ۳) که این موضوع به دلیل افزایش اثرگذاری اختلاف قطر داخلی شاخه‌ی سوخت (D_p) با قطر داخلی دریچه (D_d) است. این اختلاف ابعادی به عنوان یک مانع به سبب تولید جریانی چرخشی در قبل از ورود به محفظه‌ی احتراق پسین شده و از گسترش مناطق دما بالا به محفظه‌ی احتراق پسین جلوگیری می‌کند. همین‌طور برای این زمان (۱/۵ ثانیه) مشاهده می‌شود با کاهش طول محفظه‌ی احتراق پسین ابعاد هسته‌ی کم دمای میانی افزایش می‌یابد که این موضوع بیانگر عدم وجود زمان کافی برای انتقال حرارت از پوسته‌ی دما بالای بیرونی به هسته‌ی کم دمای میانی است به طوری که شرایط ذکر شده مانع از افزایش دمای محفظه‌ی احتراق پسین و به تبع آن فشار محفظه شده و سبب کاهش نیروی جلوبرنده می‌شود. همانطور که در جدول ۸ نیز مشاهده می‌شود کمترین نیروی جلوبرنده مربوط به ساختار شماره ۵ بوده که کمترین طول محفظه‌ی احتراق پسین را دارا است.

رفتار فشار داخل موتور در زمان‌های ۰/۱، ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ ثانیه برای ساختارهای مختلف هندسی در شکل ۱۴ ارائه شده است. از آنجا که احتراق موتور رم‌جت در فرآیندی تقریباً فشار ثابت رخ می‌دهد و اینکه دامنه‌ی تغییرات فشار در بخش نازل خروجی زیاد است نمایش مناسبی از رفتار تغییرات فشار برای کل دامنه‌ی حل قابل ارائه نخواهد بود به همین جهت در شکل ارائه شده جهت بیان مناسب توزیع فشار داخل محفظه، بخش نازل خروجی از آن حذف شده است. همان‌گونه که مشاهده

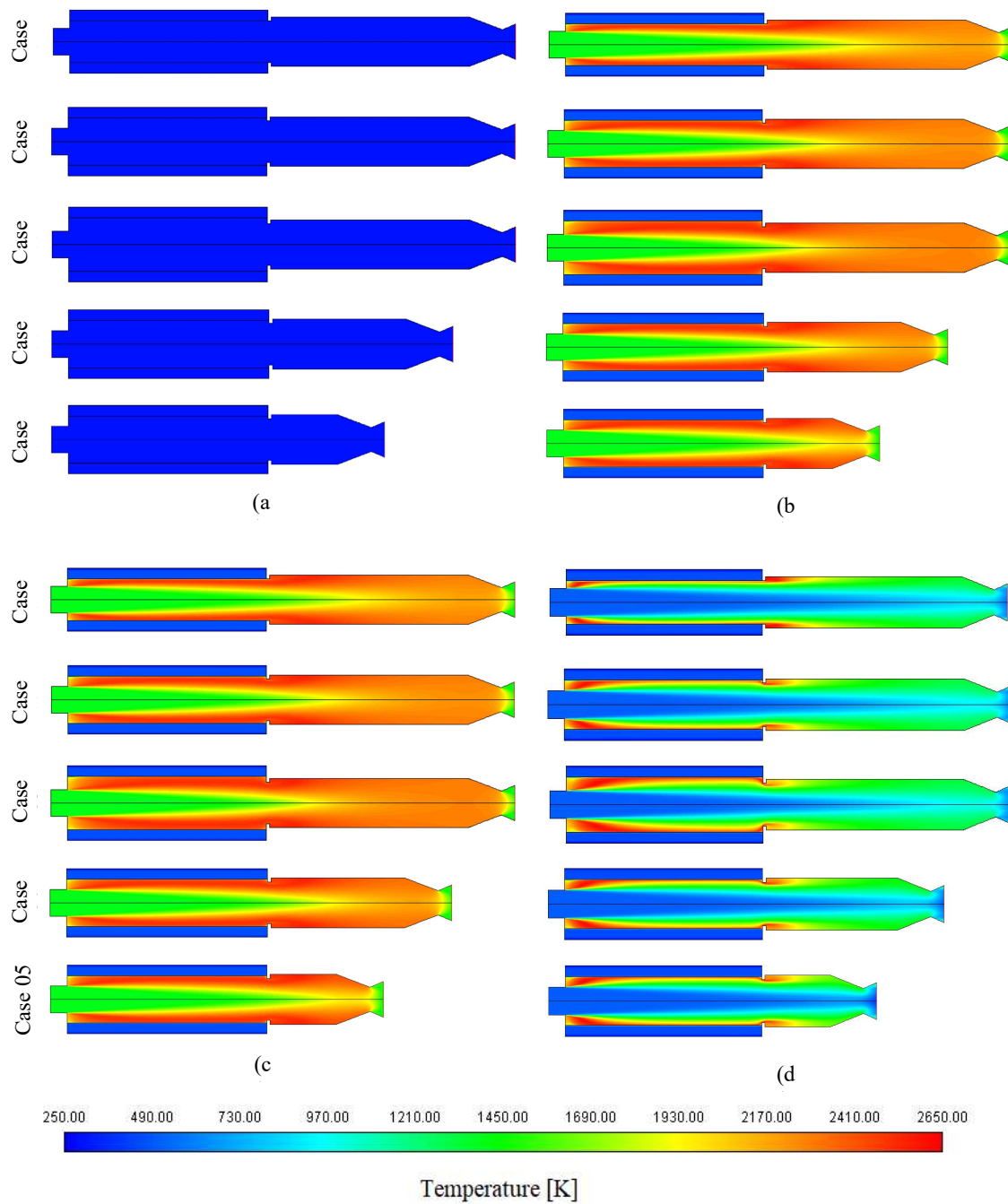


Figure 13- temperature field in solid fuel ramjet for different geometrical cases at times of 0.0(a), 0.5(b), 1.0(c) and 1.5(d) second
 شکل ۱۳- رفتار دمایی موتور رمجت با سوخت جامد برای ساختارهای هندسی مختلف در زمان‌های (a) ۰/۰، (b) ۰/۵، (c) ۱/۰ و (d) ۱/۵ ثانیه

می‌شود در ابتدای حل (زمان ۰/۰ ثانیه) فشار کل دامنه‌ی حل برابر با فشار محیط (۱۰۱۳۲۵ بار) است. همین‌طور که مشاهده می‌شود ساختار هندسی شماره ۳ بیشترین فشار را حین عملکرد موتور متحمل می‌شود که به تبع آن نیروی جلوبرنده‌ی بیشتری نیز تولید خواهد شد که این موضوع با داده‌های ارائه شده در جدول ۸ دارای تطابق می‌باشد. همچنین در

نتایج ارائه شده مشاهده می‌شود فشار محفظه‌ی احتراق پسین در راستای ازدیاد طول آن افزایش می‌یابد که این موضوع بیانگر افزایش زمان لازم برای انتقال حرارت به گازهای احتراقی داخل موتور خواهد بود به طوری که کمترین افزایش فشار در ساختار هندسی شماره ۵ دیده می‌شود. موضوع دیگر در توزیع فشار ارائه شده کاهش فشار در مناطق دارای انبساط بوده که این رویه در تطابق با فیزیک حاکم برای حرکت سیالات است.

از آنجا که تفکیک مقادیر فشار در نازل به شکل کانتوری به طور مناسبی صورت نمی‌گیرد به همین جهت داده‌های استخراج شده به صورت متوسط فشار در سه مقطع ورودی نازل، گلوگاه و خروجی نازل در جدول ۹ ارائه شده است. لازم به توضیح است از آنجا که توزیع فشار در زمان ۰/۰ ثانیه در تمام دامنه‌ی حل برابر با فشار محیط بوده مقدار آن برای این زمان در جدول مذکور ارائه نشده است. همان‌گونه که از این جدول مشاهده می‌شود بیشترین فشار در ورودی نازل و بیشترین نسبت انبساط در ساختار هندسی شماره ۳ رخ می‌دهد که به نوعی بیانگر اثر مثبت افزایش ارتفاع پله در افزایش فشار محفظه و به تبع آن نیروی پیشرانش است. همچنین مشاهده می‌شود کمترین فشار در ورودی نازل مربوط به ساختار هندسی شماره ۵ است که بیانگر اثر نامطلوب کاهش طول محفظه‌ی احتراق پسین بر عملکرد پیشرانشی موتور مورد مطالعه خواهد بود از طرفی ساختارهای هندسی شماره ۲ و ۴ مقادیر تقریباً مشابهی با یکدیگر دارند که این موضوع نشان‌دهنده‌ی طولی بهینه برای محفظه احتراق پسین در موضوع مورد مطالعه است.

جدول ۹- متوسط فشار در مقاطع مختلف نازل خروجی بر حسب بار برای زمان‌های متفاوت.
Table 9- average pressure in different positions of nozzle at variation time in bar unit.

Time[s]	Position	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
0.5	Inlet	12.05073	12.13902	12.44247	12.10232	11.94288
	Throat	7.186494	7.188024	8.069089	7.187919	7.148678
	Exit	1.403598	1.407009	1.400474	1.408627	1.405269
1.0	Inlet	12.12593	12.22014	12.52652	12.18206	12.01776
	Throat	7.234136	7.238761	8.125889	7.238683	7.197327
	Exit	1.414414	1.418565	1.412069	1.420275	1.416446
1.5	Inlet	5.140152	5.175708	5.346162	5.147607	5.075865
	Throat	3.055628	3.048476	3.438884	3.053795	3.04928
	Exit	0.707317	0.7194075	0.6685473	0.7160008	0.7155636

توزیع عدد ماخ در چهار زمان متفاوت برای ساختارهای هندسی مورد بررسی در شکل ۱۵ ارائه شده است. از آنجا که به دلیل گستره‌ی تغییرات سرعتی بالا در بخش نازل نمایش همزمان عدد ماخ در کل دامنه‌ی حل، تفکیک بخش‌های متفاوت سرعتی را به‌طور مناسبی ارائه نمی‌کند به همین جهت قسمت نازل در شکل ۱۵ حذف شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود عدد ماخ در کلیه‌ی زمان‌ها در شکل مورد بررسی کمتر از یک است که بیانگر احتراق زیرصوتی بوده که از ویژگی‌های موتورهای راجت است. همچنین همان‌طور که مشاهده می‌شود می‌توان جریان داخل موتور را به دو بخش هسته‌ی پرسرعت میانی و هسته‌ی کم‌سرعت بیرونی که متأثر از سکون جریان روی دیواره‌ها به واسطه‌ی لزجت و شرط عدم لغزش است تقسیم‌بندی نمود. از طرفی هر چه سرعت جریان داخل محفظه‌ی احتراق پسین کاهش یابد (به حالت سکون نزدیک‌تر شود) دمای جریان به دمای حالت سکون نزدیک‌تر شده و افزایش می‌یابد و این موضوع به تبع آن سبب افزایش فشار و تولید نیروی جلوبرنده‌ی بیشتر خواهد شد. همچنین ساختار هندسی شماره ۵ که کمترین طول محفظه‌ی احتراق پسین را دارا بوده وضعیت نامطلوبی در برآورد مشخصه‌های پیشرانشی ارائه می‌دهد.

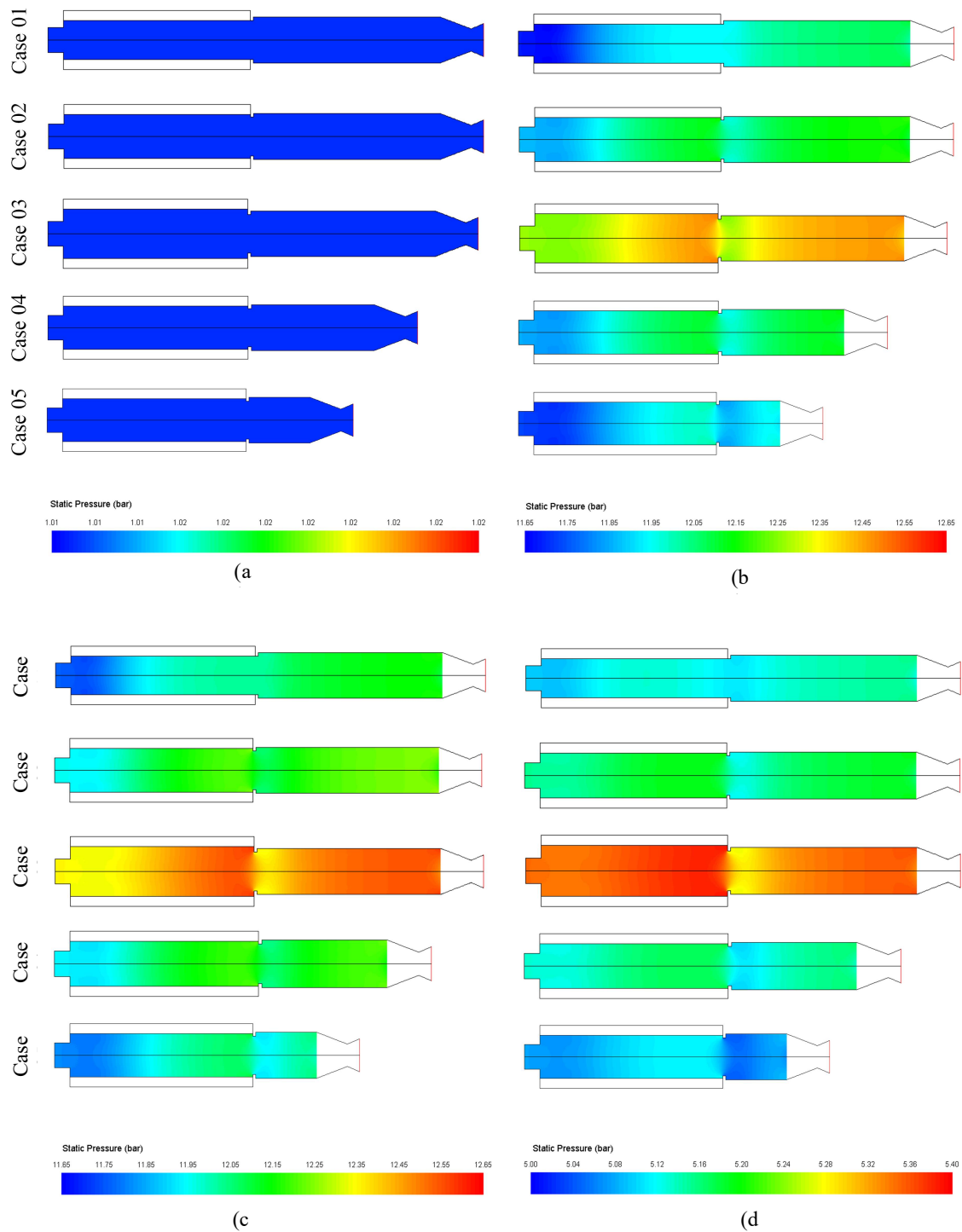


Figure 14- pressure field in solid fuel ramjet for different geometrical cases at times of 0.0(a), 0.5(b), 1.0(c) and 1.5(d) second

شکل ۱۴- توزیع فشار داخل موتور رمجت برای ساختارهای هندسی مختلف در زمان های (a) ۰/۰، (b) ۰/۵، (c) ۱/۰ و (d) ۱/۵ ثانیه

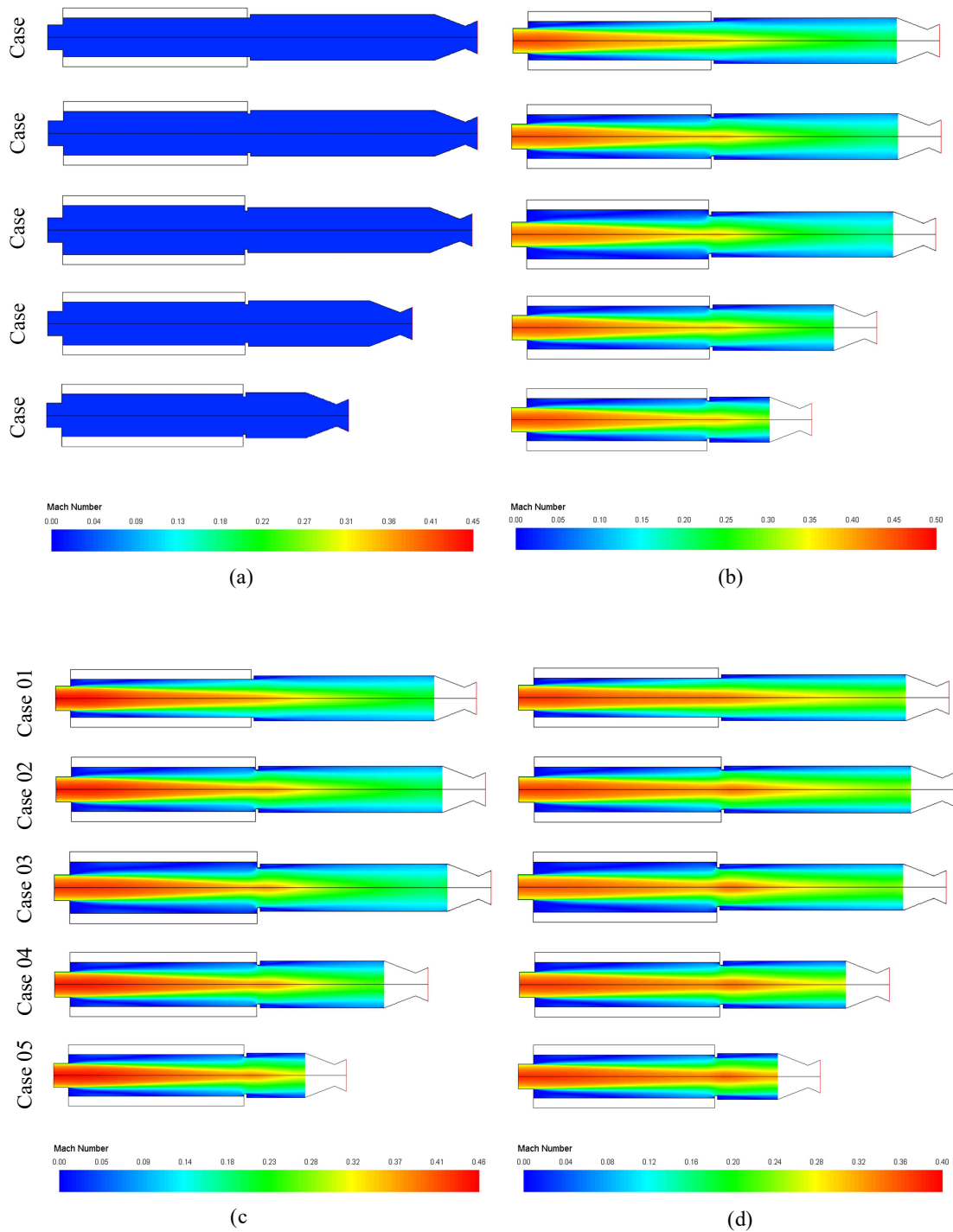


Figure 15- Mach number field in solid fuel ramjet for different geometrical cases at times of 0.0(a), 0.5(b), 1.0(c) and 1.5(d) second.

شکل ۱۵- رفتار عدد ماخ داخل موتور رمجت برای ساختارهای هندسی مختلف در زمان‌های (a) ۰/۰، (b) ۰/۵، (c) ۱/۰ و (d) ۱/۵ ثانیه.

کسر جرمی گونه‌های شیمیایی دی‌اکسیدکربن و بخار آب در زمان ۱/۵ ثانیه برای ساختارهای متفاوت هندسی در شکل ۱۶ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود توزیع مناطق دارای کسر جرمی بیشینه برای گونه‌های ذکر شده در محفظه‌ی احتراق پسین ساختار هندسی شماره‌ی ۱ نفوذ بیشتری دارد و در ساختار هندسی شماره‌ی ۳ کمترین توزیع را دارد که دلیل این موضوع تغییر ارتفاع پله بوده به طوری که با کاهش ارتفاع پله گسترش گونه‌های شیمیایی به محفظه احتراق پسین افزایش می‌یابد از طرفی میزان گونه‌های شیمیایی ذکر شده به نوعی بیانگر روند واکنش شیمیایی مراحل ۲ و ۳ طبق جدول ۳ است. بنابراین همان‌گونه که از شکل زیر مشاهده می‌شود افزایش طول محفظه‌ی احتراق پسین زمان بیشتری را جهت ادامه‌ی واکنش‌های ذکر شده تأمین می‌نماید به همین جهت ساختار هندسی شماره ۵ وضعیت نامطلوبی را در فرآیند واکنش‌های شیمیایی ارائه می‌نماید.

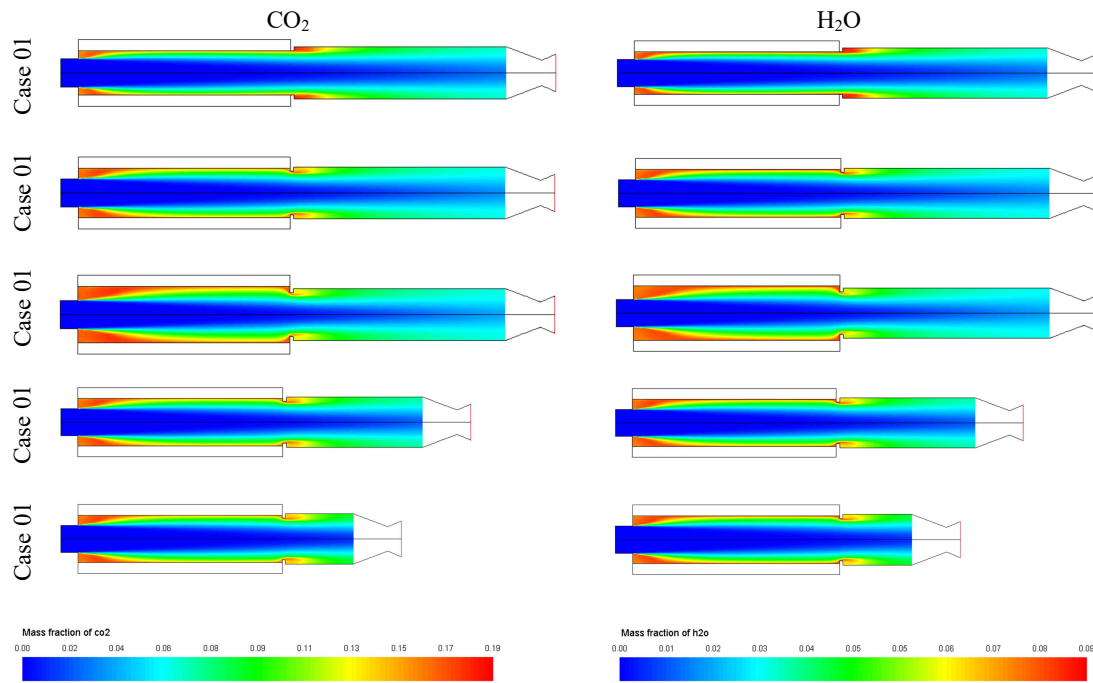


Figure 16- Distribution of CO₂ and H₂O mass fraction for different geometrical cases in time 1.5 [s].

شکل ۱۶- توزیع کسر جرمی گونه‌های شیمیایی CO₂ و H₂O در زمان ۱/۵ ثانیه برای ساختارهای هندسی متفاوت.

با در نظر گرفتن داده‌های جدول ۸ و تعریف دو مشخصه‌ی ارتفاع بی‌بعد پله و طول بی‌بعد محفظه‌ی احتراق پسین طبق روابط (۴۶) و (۴۷) رفتار ضربه‌ی ویژه نسبت به مشخصه‌های تعریف شده برای مسئله مورد بررسی در این تحقیق به صورت شکل ۱۷ استخراج می‌شود. همانطور که طبق اشکال مذکور مشاهده می‌شود با برازش منحنی‌ها تابعی درجه دو بر داده‌های مذکور منطبق شده که روابط مربوط به منحنی‌های مذکور در رابطه‌های (۴۸) و (۴۹) ارائه شده است. مطابق شکل ۱۷ (راست) با مبنا قرار دادن داده‌های منحنی منطبق شده مشاهده می‌شود در مقداری از طول بی‌بعد محفظه احتراق پسین که برابر ۰/۹۵ است مقدار ضربه ویژه تقریباً به حالت بیشینه خود می‌رسد و به نوعی این مقدار بیانگر طول بهینه برای محفظه‌ی احتراق پسین با شرایط ذکر شده در این مسئله خواهد بود. همین طور طبق شکل ۱۷ (چپ) مشاهده می‌شود مقدار ضربه‌ی ویژه برای مسئله تعریف شده تأثیر پذیری بالایی نسبت به تغییرات ارتفاع پله دارد و این موضوع بیانگر اهمیت مطالعه و بررسی ارتفاع پله در این گونه از مسائل است.

$$\bar{h} = \frac{2h}{D_i} \quad (46)$$

$$\bar{L}_a = \frac{L_a}{L_g} \quad (47)$$

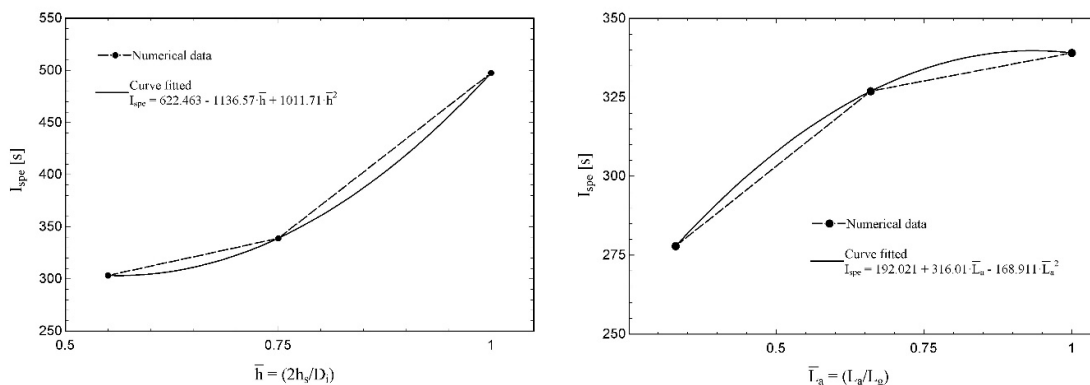


Figure 17- specific impulse treatment with dimensionless of back step height variation(left), specific impulse treatment with dimensionless length of aft-combustor variation(right).

شکل ۱۷، رفتار ضربه ویژه نسبت به تغییرات طول بی بعد محفظه احتراق پسین (راست)، رفتار ضربه ویژه نسبت به تغییرات ارتفاع بی بعد پله (چپ).

$$I_{spe} = 622.463 - 1136.57\bar{h} + 1011.71\bar{h}^2 \quad (48)$$

$$I_{spe} = 192.021 + 316.01\bar{L}_a - 168.911\bar{L}_a^2 \quad (49)$$

جمع بندی و نتیجه گیری

در تحقیق حاضر مدل سازی عددی فرآیند احتراق در موتور رمجت با سوخت جامد صورت گرفت و نرخ پسروری سوخت در حالت میانگین و محلی با مرجع [۱۶] مقایسه شد که خطایی کمتر از ۱۰٪ با داده های مرجع مشاهده شد. با توجه به خطای پایین داده های عددی روش بکار گرفته شده مبنای بررسی هندسه های مختلف در یک موتور رمجت با سوخت جامد از نوع پلی اتیلن پُرچگالی قرار گرفت. طبق داده های بدست آمده برای هندسه های مختلف موارد ارائه شده در ادامه نتیجه می شود:

۱- مطابق جدول ۸ در ساختارهای هندسی ۱، ۲ و ۳ که ارتفاع پله در آنها تغییر می کند افزایش قطر داخلی شاخه سوخت (و یا افزایش ارتفاع پله با روش شماره ۱) سبب کاهش دمای سطح سوخت و به تبع آن کاهش نرخ پسروری سوخت می شود که این موضوع با نتایج تجربی گزارش شده در مراجع [۳، ۵] مطابقت دارد. کاهش شار حرارتی با افزایش سطح انتقال حرارت به واسطه ی افزایش قطر داخلی شاخه سوخت می تواند از دلایل کاهش دمای سطح سوخت در حالت ذکر شده باشد. بنابراین در حین فرآیند تولید توان در موتور رمجت سوخت جامد با گذشت زمان که قطر داخلی شاخه سوخت به سبب پسروری سطح، افزایش یافته و این موضوع کاهش نرخ پسروری سوخت را به همراه خواهد داشت.

۲- طبق رابطه (۴۲) میزان دبی جرمی سوخت تزریق شده به محفظه احتراق با افزایش دمای سطح سوخت و سطح سوزش افزایش می یابد بنابراین در ساختارهای هندسی ۱، ۲ و ۳ با افزایش ارتفاع پله دمای سطح سوخت کاهش یافته و به تبع آن دبی جرمی سوخت نیز می بایست کاهش یابد ولی با افزایش ارتفاع پله سطح سوزش نیز افزایش پیدا می کند که طبق

رابطه (۴۲) سبب افزایش دبی جرمی سوخت می‌شود. بنابراین دو عامل مذکور (دما و سطح سوزش) تا حدودی اثرات یکدیگر را بر میزان جرم سوخت تولیدی خنثی کرده و همچنین لازم به توضیح است که اثر پذیری میزان جرم سوخت تولیدی با تغییرات دما به صورت نمایی تغییر خواهد نمود. اثر تغییر نمایی دبی جرمی سوخت به واسطه کاهش دمای سطح در نسبت هم‌ارزی سوخت به هوا مشخص است به طوری که مطابق جدول ۸ با کاهش دمای سطح نسبت هم‌ارزی سوخت به سمت مخلوطی فقیر از سوخت میل پیدا می‌کند.

۳- بازده احتراقی طبق رابطه تعریف شده با افزایش ارتفاع پله افزایش می‌یابد که این موضوع به دلیل ازدیاد اغتشاش تولید شده به واسطه‌ی پله معکوس در ورودی و پله مستقیم در خروج از محفظه احتراق خواهد بود. با در نظر گرفتن حالت مذکور می‌توان نتیجه گرفت طی فرآیند احتراق با افزایش ارتفاع پله به واسطه‌ی پسروری بازده احتراق افزایش پیدا می‌کند.

۴- مطابق جدول ۸ افزایش ارتفاع پله به سبب افزایش بازده احتراق و طبق رابطه (۴۱)، دما در خروجی محفظه‌ی پسین افزایش پیدا می‌کند که این موضوع با توجه به فیزیک حاکم بر گاز ایده‌آل سبب افزایش فشار در خروجی محفظه‌ی پسین می‌شود. افزایش فشار نیز بر اساس روابط دینامیک گازها سبب تخلیه بیشتر جریان و ازدیاد نیروی جلوبرنده خواهد شد که این موضوع در داده‌های جدول مذکور قابل مشاهده است. در نتیجه افزایش ارتفاع پله افزایش نیروی جلوبرنده، سرعت مشخصه و ضربه‌ی ویژه را به همراه خواهد داشت.

۵- در ساختارهای ۴ و ۵ کاهش طول محفظه‌ی پسین به دلیل کوتاه بودن زمان برای انجام و تکمیل واکنش‌های شیمیایی، دما در خروجی محفظه‌ی پسین نسبت به ساختار شماره ۲ کمتر بوده و به تبع آن فشار نیز افزایش نسبی کمتری پیدا می‌کند که این موضوع سبب کاهش نیروی جلوبرنده، سرعت مشخصه و ضربه‌ی ویژه خواهد شد. بنابراین با کاهش طول محفظه‌ی پسین نیروی جلوبرنده، سرعت مشخصه و ضربه‌ی ویژه نیز کاهش می‌یابد.

۶- مطابق شکل ۱۷ (راست) و مبنا قرار دادن رفتار منحنی برازش شده مشاهده می‌شود طول بی‌بعد محفظه‌ی احتراق پسین در صورتی که مقدار ۰/۹۵ را داشته باشد حالتی بهینه برای استخراج طول محفظه‌ی احتراق پسین برای مسئله‌ی تعریف شده در این تحقیق خواهد بود و با توجه به اهمیت عامل جرم در سامانه‌های هوافضایی مقدار مذکور معیاری در جلوگیری از افزایش آن (جرم) در نظر گرفته می‌شود.

۷- از آنجا که نقطه‌ی اوج در نرخ پسروری محلی نقطه بازبرخورد جریان در نظر گرفته می‌شود مطابق شکل ۹ افزایش ارتفاع پله سبب جابجایی نقطه بازبرخورد به سمت خروجی موتور خواهد شد.

۸- نسبت هم‌ارزی محاسبه شده بیانگر تولید مخلوط احتراقی فقیر از سوخت (غنی از هوا) بوده که عامل اصلی آن نرخ سوزش پایین است و این موضوع از ویژگی‌های موتورهای رجمت سوخت جامد بوده که جهت افزایش نرخ پسروری روش‌هایی از قبیل ایجاد چرخش در جریان ورودی، افزایش دما و دبی جریان هوای ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همان‌طور که در جدول ۸ نیز مشاهده می‌شود بیشترین نسبت هم‌ارزی و نرخ پسروری سوخت مربوط به کمترین ارتفاع پله بوده و از طرفی کاهش نرخ پسروری و هم‌ارزی سوخت طی عملکرد موتور که افزایش ارتفاع پله را به همراه دارد نیز باید در نظر گرفته شود.

مراجع

- [1] S. Krishnan and P. George, "Solid fuel ramjet combustor design," Progress in aerospace sciences, vol. 34, pp. 219-256, 1998.
- [2] S. Saraf and A. Gany, "Experimental investigation of metalized solid fuel ramjet combustor," International journal of energetic materials and chemical propulsion, vol. 11, no. 2, pp. 107-121, 2012.
- [3] X. Ai-yuan, W. Xiao-song, and X. Qiang, "Experimental Investigation on Combustion Characteristic of PMMA in Solid Fuel Ramjet," Acta Armamentarii, vol. 34, no. 2, pp. 240-245, 2013.

- [4] E. Ataee, H. Ghassemi, and E. Zanjirian, "Experimental Investigation of Pressure Dependency of Solid Propellant Sound Speed by Ultrasonic Technique," *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 2, no. 1, pp. 46-59, 2014.
- [5] C. Xiong, C. Hong-gang, Z. Chang-sheng, and Z. Guo-qiang, "Research on influence of selected factors on burning rate of polyethylene in solid fuel ramjet," *Acta Armamentarii*, vol. 35, no. 11, p. 1783, 2014.
- [6] W. Jung, S. Baek, T. Kwon, J. Park, and S. Kwon, "Combustion Test of Solid Fuel Ramjet Combustor Using Gas Generator," in *53rd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, 2017, pp. 4945-4956 .
- [7] R. G. Veraar and W. Wieling, "Sustained combustion limits of a central dump solid fuel ramjet combustor at high altitude operational conditions," in *2018 Joint Propulsion Conference*, 2018, pp. 4449-4475 .
- [8] A. Razmyslov and V. Sultanov, "Numerical modeling of gasification and combustion of solid fuels in a solid fuel ramjet combustor," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1385, no. 1: IOP Publishing, pp. 12051-12057 .
- [9] Z. Changfei, C. Haotian, Y. Wenjin, and W. Xiaoming, "Self-ignition characteristics of the high-speed ramjet kinetic energy projectile in the launch process," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 32, no. 4, pp. 851-860, 2019.
- [10] A. Tahsini, "An accurate performance prediction of solid fuel ramjets using coupled intake-combustor-nozzle simulation," *Journal of Mechanics*, vol. 36, no. 6, pp. 933-941, 2020.
- [11] W. Li, D. Zhao, X. Chen, L. Zhu, and S. Ni, "Numerical investigation of inlet thermodynamic conditions on solid fuel ramjet performances," *International Journal of Aerospace Engineering*, vol. 2021, pp. 1-20, 2021.
- [12] A. Reyhani and A. M. Tahsini, "Using Wavy Fuel Surface to Improve the Performance of the Solid Fuel Ramjets," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol. 47, no. 10, pp. 1-6, 2022.
- [13] S. Mandal, S. A. Hashim, S. Karmakar, and A. Roy, "Experimental investigation of boron laden paraffin wax-based solid fuel for ducted rocket application," in *AIAA SCITECH 2023 Forum*, 2023, pp. 2187-2199 .
- [14] A. Panchal and S. Menon, "Modeling the effect of metal particles on solid fuel burning in a ramjet combustor," in *AIAA SCITECH 2024 Forum*, 2024, p. 1413 .
- [15] R. D. DeBoskey et al., "Analysis of Flame Structures in a Model Solid Fuel Ramjet Combustor with Increasing Reynold's Number," in *AIAA SCITECH 2024 Forum*, 2024, p. 2595 .
- [16] O. Musa, X. Chen, Y. Li, W. Li, and W. Liao, "Unsteady simulation of ignition of turbulent reactive swirling flow of novel design of solid-fuel ramjet motor," *Energies*, vol. 12, no. 13, p. 2513, 2019.
- [17] *ansysfluent software help*,(2016).
- [18] J. R. Andrews and O. Biblarz, *Temperature dependence of gas properties in polynomial form*. Naval Postgraduate School, 1981.
- [19] R. Baurle, T. Mathur, M. Gruber, and K. Jackson, "A numerical and experimental investigation of a scramjet combustor for hypersonic missile applications," in *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE joint propulsion conference and exhibit* , p. 3121,1998 .
- [20] H. Schlichting and K. Gersten, *Boundary-layer theory*. springer, 2016.
- [21] K. K.-y. Kuo, Kenneth Kuan-Yun Kuo (2005) *Principles of combustion*. John Wiley & Sons, 2005, p. 768.
- [22] Y. Cengel and J. Cimbala, "Fluid mechanics fundamentals and applications," Fourth ed.: McGraw Hill, 2018, pp. 351-442.
- [23] J. de Wilde, "Heat of gasification of polyethylene and polymethylmethacrylate," *National Technical Reports Library*, p. 29, 1988.
- [24] G. Risha et al., "Pyrolysis and combustion of solid fuels in various oxidizing environments," in *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 1998, p. 3184 .
- [25] A. Razmyslov and V. Sultanov, "Numerical investigation of heat flux structure on the surface of a fuel grain during operation of solid fuel ramjet combustor," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1556, no. 1: IOP Publishing, p. 012039 .
- [26] S. I. Stoliarov and R. N. Walters, "Determination of the heats of gasification of polymers using differential scanning calorimetry," *Polymer Degradation and Stability*, vol. 93, no. 2, pp. 422-427, 2008.
- [27] M.h.Shojaeefard and M.Tahani, *An introduction to turbulent flow and its modeling*. University of science and technology publishing center, 2012.
- [28] S. R.Turns, *An introduction to combustion(concepts and applications)*, third edition ed. McGraw-Hill, 2012.

English Abstract

Numerical modeling and parametric analysis of the geometrical factors of combustion chamber in a solid fuel ramjet motor

Hamidreza Saadati¹, Jamasb Pirkandi^{2*}, Jalal Mohammadi³, Hamid Parhizkar⁴

1- Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran, hr.saadati@mailfa.com

2- Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran, jpirkandi@mut.ac.ir

3- Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran, mohammadijalal@chmail.ir

4- Faculty of Aerospace, Malek Ashtar University of Technology, Iran, hparhiz@mut.ac.ir

*Corresponding author

(Received: 2024/04/26, Received in revised form: 2024/07/21, Accepted: 2024/07/26)

In present research the combustion process of solid fuel ramjet (SFRJ) was modeled in numerical manner. Five different geometrical cases were employed for parametric study of back step height and aft-combustor length effects on propulsion properties. Results show less than 10 percentage error in compare with reference data. The results also show decreasing burning rate increases combustion efficiency and thrust force due to increasing the step height, also decreasing the aft-combustor length leads to decreasing in combustion efficiency and thrust force. The results demonstrate that variation of the aft-combustor length has no sensible effect on burning rate, and the optimum value for specific impulse occurs when dimensionless aft-combustor length is equal to 0.95.

Keywords: solid fuel ramjet, combustion chamber, regression rate, step height, aft-combustor length.