

## مطالعه ناپایداری ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هواده‌ی شده در نسبت‌های هواده‌ی بالا

زهراء علیزاده کاکلر<sup>۱\*</sup>، محمد رضا انصاری<sup>۲</sup>، محمدعلی امیر سروودی<sup>۳</sup>

۱- دکتری، مهندسی مکانیک، شرکت توربو تک، تهران، z.alizadeh@turbotec-co.com

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، mra\_1330@modares.ac.ir

۳- کارشناس ارشد، مهندسی هواشناسی، شرکت توربو تک، تهران، m.soroudi@turbotec-co.com

\* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۱۷/۰۲/۱۴، دریافت آخرین اصلاحات: ۱۷/۰۲/۱۴، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۲۳)

چکیده: در بسیاری از اتمایزرها شکست ورقه حلقوی مایع خروجی از اتمایزر مسئول تشکیل افسانه و تعیین مشخصه‌های افسانه حاصل است. مقاله حاضر به مطالعه ناپایداری ورقه حلقوی مایع خروجی از اتمایزر مایع هواده‌ی شده، به منظور درک بهتر فرآیند شکست اولیه در این نوع اتمایزر، در نسبت‌های دبی گاز به مایع بالا پرداخته است. بدین منظور معادله پراکندگی به دست آمده از تحلیل پایداری خطی سه بعدی، برای شرایط جریانی ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هواده‌ی شده در دبی مایع  $0.38 \text{ liter}/\text{liter}$  درصد و  $1/24$  درصد و  $1/84$  درصد، حل شده است. نتایج حل نشان دادند که، در نسبت‌های هواده‌ی مورد بررسی، مدهای اغتشاشی متقاضن محوری شبے‌سینوسی مدهای اغتشاشی غالب در شکست ورقه حلقوی مایع خروجی از این نوع اتمایزر هستند. علاوه بر این، مشاهده شد که با افزایش نسبت هواده‌ی، شکست ورقه مایع در طول موج‌های کوتاه‌تری رخ خواهد داد. همچنین نتایج مربوط به بررسی اثر لزفواره روی ناپایداری ورقه حلقوی مایع نشان دادند که لزفواره مایع تا حدی اثر پایدارکنندگی داشته و غیرلزج فرض کردن مایع در نسبت‌های هواده‌ی بالا می‌تواند باعث ایجاد خطأ در محاسبات مربوط به پایداری ورقه حلقوی و طول شکست مربوط به آن شود.

کلیدواژگان: ناپایداری خطی، ورقه حلقوی مایع، اتمایزر مایع هواده‌ی شده، دبی گاز به مایع

### مقدمه

اتمیزاسیون سوخت در سیستم‌های احتراقی عمده‌ای توسط اتمایزرهای فشاری، فشاری چرخشی و یا دو سیالی انجام می‌شود. مزایایی از قبیل نیاز به فشار پایین‌تر سوخت، اسپری ریزتر و انتشار کمتر آلودگی، باعث کاربرد گسترده اتمایزرهای دوسیالی شده است [۱]. از طرف دیگر، اتمایزرهای دوسیالی اختلاط داخلی، که در آن‌ها برخورد بین گاز اتمیزه کننده سرعت بالا و مایع درون بدنه اتمایزر اتفاق می‌افتد، به دلیل کیفیت اتمیزاسیون بالا، مصرف کمتر هوای فشرده و یکنواختی مطلوب در فرآیند پودرسازی، کاربردهای گسترده‌ای از جمله در توربین‌های گازی صنعتی و بویلرها دارند. اتمایزر مایع هواده‌ی شده<sup>۱</sup>، نوعی اتمایزر دو سیالی اختلاط داخلی است که در آن گاز اتمایزر برای تشکیل مخلوط دوفازی در بالادست روزنه تخلیه به درون مایع تزریق می‌شود [۲]. از مزایای این نوع اتمایزر در کاربردهای توربین گاز می‌توان به کیفیت اتمیزاسیون خوب، حتی در فشار پاشش و دبی هوا پایین، امکان استفاده از مجاری و روزندهای بزرگ‌تر و در نتیجه کاهش مشکلات مربوط به گرفتگی آن‌ها،

1. Effervescent atomizer

قابلیت اطمینان بالا، تعمیر آسان و قیمت پایین آن به دلیل سادگی دستگاه اشاره کرد [۳]. رژیم جریان دوفازی درون محفظه اختلاط و مجرای تخلیه اتمایزر مایع هوادهی شده متناسب با افزایش نسبت دبی جرمی گاز به مایع<sup>۱</sup> به ترتیب از رژیم جریان حبابی به لخته‌ای<sup>۲</sup> و سپس به حلقوی انتقال می‌یابد [۴-۶]. افشه احتمال حاصل از رژیم جریان حلقوی، به دلیل دارا بودن قطرات ریزتر و پایدارتر، برای کاربردهای پاشش سوخت مناسب‌تر است [۷]. در رژیم جریان حلقوی، شکست ورقه حلقوی مایع خروجی از اتمایزر مسئول تشکیل افسانه و تعیین مشخصه‌های افسانه حاصل است (شکل ۱).

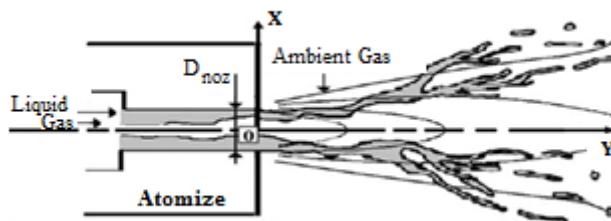


Figure 1- Breakup of the annular liquid sheet exiting from effervescent atomizer [8]

شکل ۱- شکست ورقه حلقوی مایع خارج شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده [۸]

اتمیزاسیون مایع فرآیند بسیار پیچیده‌ای شامل شکست اولیه، شکست ثانویه و برهمنش بین قطرات است. در شکست اولیه، فواره‌ها یا ورقه‌های مایع به لیگامنثهای ناپایدار و سپس به قطرات فرومی‌پاشند. شکست فواره‌ها یا ورقه‌های مایع تحت تأثیر عوامل مختلفی از جمله شرایط جریان، خواص سیال و جزئیات هندسه نازل قرار می‌گیرد. نیروهای مختلفی مانند نیروی اینرسی، کشش سطحی، نیروی آبرودینامیکی و نیروی لزفاره در این فرآیند درگیرند. بعضی از این نیروها در برابر فرآیند فروپاشی مقاومت کرده در حالی که بعضی دیگر باعث تقویت آن می‌شوند. رقابت بین این نیروها تعیین‌کننده پایداری ورقه یا فواره مایع خواهد بود. درک مکانیزم فرآیند شکست نه تنها برای طراحی انژکتور سوخت بلکه برای شبیه‌سازی عددی موتورهای احتراقی نیز مفید خواهد بود.

شکست ورقه حلقوی مایع در کاربردهای مختلفی برای تولید قطرات بکار گرفته می‌شود. مایع خارج شونده از بسیاری از اتمایزرهای متداول (فشاری- چرخشی<sup>۳</sup>، هوا- وزش<sup>۴</sup>، مایع هوادهی شده) به صورت ورقه حلقوی است. بنابراین، در مطالعات انجام شده به پایداری و فروپاشی ورقه‌های حلقوی مایع توجه خاصی شده است. در تحلیل پایداری ورقه حلقوی مایع، شرایط و خواص جریان ورقه حلقوی مایع و گازهای داخل و خارج آن (مانند اندازه و جهت سرعت محوری و چرخشی نسبی فیلم مایع و گازهای داخل و خارج آن، لزفاره مایع، چگانی نسبی مایع به گاز)، ضخامت و شعاع انتخابی ورقه مایع، نوع تحلیل پایداری (خطی یا غیرخطی، زمانی یا مکانی) و همین‌طور نوع مدهای اغتشاشی مورد مطالعه اهمیت دارند. از این‌رو، مطالعات انجام شده در این زمینه هر کدام از یک نوع تحلیل مشخص برای مدهای اغتشاشی معینی در ترکیبی از شرایط جریانی تعریف شده و خواص مورد نظر مایع انجام شده است.

در ورقه حلقوی مایع مدهای اغتشاشی سطحی مستقل نمی‌توانند دقیقاً هم‌فاز یا در فاز مخالف هم باشند، یعنی اختلاف فاز صفر یا ۱۸۰ درجه فقط تقریبی برای ورقه‌های حلقوی بسیار نازک است. به همین دلیل است که به مدهای اغتشاشی ورقه حلقوی مایع به جای مدهای سینوسی (نامتقارن)، شبه‌سینوسی<sup>۵</sup> (متقارن)، شبه‌اتساعی گفته می‌شود (شکل ۲).

1. Gas-Liquid ratio (GLR)

2. Slug

3. Pressure-swirl

4. Air-blast

5. Varicous

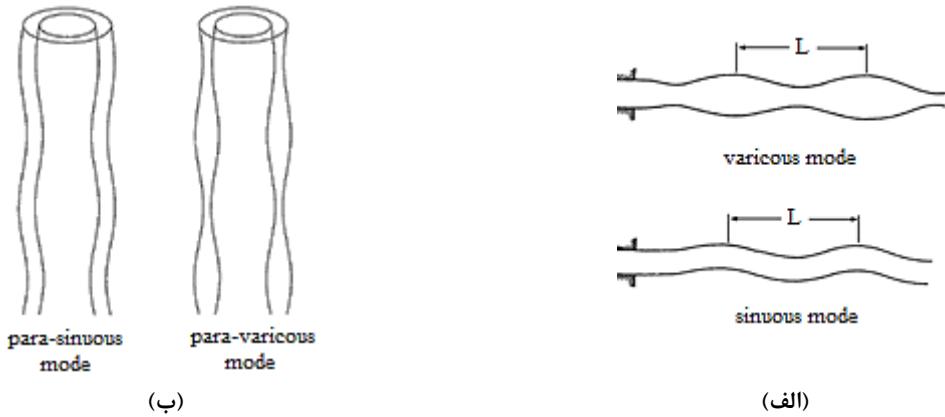


Figure 2- Disturbances modes of (a) plane liquid sheet (b) annular liquid sheet

شکل ۲- مدهای اغتشاشی (الف) ورقه مسطح مایع و (ب) ورقه حلقی مایع

بر اساس مطالعه دو و لی [۹]، در اتمیزاسیون هوا- وزش و هوا- کمک<sup>۱</sup> کاربردی، مد غالب بر فرآیند ناپایداری و شکست ورقه حلقی مایع، تحت تأثیر چرخش گاز داخل و خارج ورقه، مد شبه‌سینوسی است. هیرو و همکاران [۱۰]، به کمک تحلیل پایداری زمانی، اتمیزاسیون ورقه حلقی چرخان لزج مایع خارج‌شونده از اتمایزر هوا- وزش به جریان‌های هوای غیرلزج چرخان داخل و خارج ورقه را مدلسازی کردند. آن‌ها به منظور بررسی اثر جریان مایع و گاز روی بیشینه نرخ رشد و عدد موج ناپایدار مربوط به آن، معادله پراکنده‌گی<sup>۲</sup> را در محدوده وسیعی از شرایط جریانی حل کردند. همچنین طول شکست اولیه سیال خروجی از اتمایزر هوا- وزش نیز توسط موسوی و امی [۱۱] با استفاده از تحلیل غیرخطی اغتشاشات کوچک بدست آمده است.

بعضی از مطالعات انجام شده در زمینه ناپایداری ورقه حلقی مایع به بررسی تأثیر لزفواره مایع بر پایداری ورقه در شرایط جریانی مختلف ورقه مایع و گازهای داخل و خارج آن پرداخته‌اند. از آن جمله، شن و لی [۱۲] با استفاده از تحلیل ناپایداری زمانی فواره حلقی مایع، در حالتی که فواره مایع و گازهای داخل و خارج آن دارای سرعت محوری و بدون چرخش هستند، دریافتند که لزفواره مایع اثر دوگانه پیچیده‌ای روی ناپایداری ورقه مایع دارد. آن‌ها بیان کردند که لزفواره مایع در اعداد ویر بالا باعث پایداری و در اعداد ویر پایین باعث ناپایداری ورقه مایع می‌شود. یان و همکاران [۱۳] اثرات انحنای ورقه، قدرت چرخش مایع و لزفواره مایع را با استفاده از تحلیل ناپایداری خطی مکانی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها ضمن اینکه نشان‌دهنده غالب بودن مد شبه‌سینوسی برای ورقه حلقی مایع لزج در حال چرخش در محدوده پارامتری مطالعه شده است، نشان می- دهد که با لزج در نظر گرفتن ورقه مایع، ماکزیمم نرخ رشد اغتشاشات و عدد موج غالب کاهش می‌یابد.

علیزاده و همکاران [۱۴] با مطالعه ناپایداری مدهای اغتشاشی ورقه حلقی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هواده‌ی شده مشاهده کردند که، در نسبت‌های هواده‌ی پایین، مد غالب در شکست ورقه حلقی مایع خارج‌شونده از این اتمایزر مد اغتشاشی شبه سینوسی است. همچنین آن‌ها اثر لزفواره ورقه حلقی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هواده‌ی شده را برای نسبت‌های هواده‌ی پایین با استفاده از تحلیل پایداری خطی زمانی بررسی کردند [۱۵]. نتایج آن‌ها نشان داد که در محدوده نسبت‌های هواده‌ی مورد بررسی می‌توان ناپایداری ورقه حلقی مایع خارج‌شونده از این اتمایزر را مستقل از لزفواره در نظر گرفته و از تحلیل پایداری غیرلزج استفاده کرد.

1. Air-assist  
2. Dispersion relation

ضخامت فیلم مایع در مجرای تخلیه اتمایزر مایع هوادهی شده، در رژیم جریان حلقوی، با افزایش نسبت هوادهی کاهش یافته و در نتیجه اندازه قطرات افشاره حاصل نیز کاهش می‌باید [۱۶]. از آن جایی که در تحلیل پایداری ورقه حلقوی مایع، سرعت محوری و لزفواره ورقه حلقوی مایع، همچنین ضخامت و شاعع انحنای آن اهمیت دارند، در مقاله حاضر به دنبال بررسی ناپایداری ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده در نسبت‌های هوادهی بالا هستیم. برای این منظور معادله پراکندگی به دست آمده از تحلیل پایداری خطی سه‌بعدی ورقه حلقوی مایع لزج با در نظر گرفتن جریان‌های گازی درون و بیرون ورقه حلقوی برای شرایط جریانی ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر شبیه‌سازی شده توسط علیزاده کاکلر و انصاری [۱۶، ۱۷] در نسبت‌های هوادهی  $1/24$  درصد و  $1/84$  درصد برای مدهای اغتشاشی شبیه‌سینوسی و شبیه‌اتساعی حل شده و نتایج آن ارائه می‌شود. همچنین اثر لزفواره ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده بر روی ناپایداری آن در همین نسبت‌های هوادهی بررسی شده و نتایج تحلیل به صورت نمودارهای نرخ رشد اغتشاشات بر حسب عدد موج آن‌ها ارائه شده است.

### معادله پراکندگی حاکم

تحلیل ناپایداری در واقع روشی برای به دست آوردن رابطه پراکندگی بین نرخ رشد موج سطحی و عدد موج است. در شکل ۳ فواره حلقوی مایع که در اثر خارج شدن از نازل حلقوی به درون جریان‌های گازی با سرعت‌های مختلف تشکیل می‌شود، نشان داده شده است. فواره حلقوی مایع تشکیل شده تحت تأثیر کشش سطحی و اختلاف فشار دو طرفش قرار می‌گیرد. مطالعه ناپایداری خطی برای فواره مایع با فرض اغتشاشات سه بعدی کوچک در دو سطح مشترک (یک سطح مشترک مایع و گاز اتمایزر و دیگری سطح مشترک مایع و گاز محفظه) بر اساس تئوری اغتشاشات کوچک انجام می‌شود.

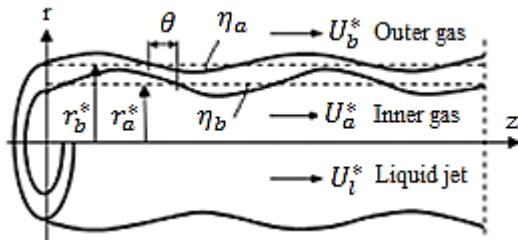


Figure 3- Schematic of annular liquid jet exposed to axially moving inner and outer gas [18]

شکل ۳- نمایی از فواره حلقوی مایع در معرض جریان‌های محوری گاز درونی و بیرونی [۱۸]

### تئوری اغتشاشات کوچک

تئوری اغتشاشات کوچک، نظریه‌ای برای مطالعه ناپایداری سیستم جریان هیدرودینامیکی است. در این تئوری با بکار بردن اغتشاشات کوچک، مشاهده می‌شود که آیا جریان مغشوش شده پایدار (یعنی دامنه اغتشاشات مستهلك می‌شود)، پایدار به صورت خنثی (یعنی دامنه اغتشاشات نه رشد می‌کند و نه مستهلك می‌شود) و یا ناپایدار (یعنی دامنه اغتشاشات رشد می‌کند) است. برای یک سیستم هیدرودینامیکی معین، در ابتدا جریان اصلی از معادلات هیدرودینامیکی حاکم به دست می‌آیند. سپس فرض می‌شود که جریان اصلی توسط اغتشاشات کوچکی (بی‌نهایت کوچک) مغشوش شده و معادلات حاکم بر جریان مغشوش از معادلات هیدرودینامیکی حاکم به دست آورده می‌شوند. در تئوری پایداری خطی، از همه جملاتی که شامل مراتب بالاتر از مرتبه اول اغتشاشات می‌شوند صرف‌نظر شده و تنها جملات خطی اغتشاشات باقی می‌مانند. مراحل ریاضی تحلیل ناپایداری خطی به صورت زیر است:

۱. انتخاب جریان اصلی
۲. اضافه کردن یک اغتشاش بسیار کوچک به جریان اصلی
۳. پیدا کردن معادلات اغتشاشی
۴. خطی کردن معادلات اغتشاشی به دست آمده
۵. حل معادلات خطی شده با فرض اغتشاش موجی شکل
۶. پیدا کردن رابطه بین نرخ رشد موج و عدد موج (معروف به رابطه پراکندگی)
۷. تفسیر شرایط پایداری و رسم نمودار نشان‌دهنده منحنی‌های خنثی و نرخ رشد، پیدا کردن نرخ رشد ماکزیمم یا عدد موج غالب از رابطه پراکندگی

### فرضیات اصلی

بر اساس تئوری اغتشاشات کوچک فرض می‌شود که جریان ورقه حلقوی مایع و دو جریان گازی درون و بیرون آن توسط اغتشاشات کوچکی مغشوش می‌شوند. برای ساده‌سازی مسئله، بدون از دست دادن ویژگی‌های اصلی جریان، فرضیات زیر صورت می‌گیرد:

۱. چون سرعت‌های فواره مایع و محیط گازی در مقایسه با سرعت صوت کوچک هستند، فرض می‌شود که هر دو تراکمن‌پذیرند.
۲. گاز اطراف غیرلنج ولی ورقه مایع لزج با لزفواره  $\mu$  است.
۳. فرض می‌شود خواص سیال مانند چگالی مایع  $\rho_1$  و گاز  $\rho_2$  و کشش سطحی  $\sigma$  ثابت هستند.
۴. جریان‌های گاز و مایع هم‌دما هستند.
۵. از اثر گرانش صرف‌نظر می‌شود.
۶. جریان‌های اصلی مایع و گاز به صورت نیمه بی‌نهایت طولانی و متقارن با سرعت‌های یکنواخت متفاوت  $U_a^*$ ،  $U_b^*$  و  $U_c^*$  در جهت محوری و به ترتیب برای مایع، گاز درونی و گاز بیرونی هستند.
۷. فرض می‌شود موج اغتشاشی در جهت محوری و محیطی منتشر می‌شود.

### به دست آوردن معادلات اغتشاشی حاکم بر فازها

در این بخش، با توجه به مراحل توضیح داده شده در بخش مربوط به تئوری اغتشاشات کوچک، معادلات حاکم بر جریان مغشوش و شرایط مرزی آن برای جریان لزج ورقه مایع و دو جریان گازی درون و بیرون آن استخراج شود. شکل ۳ یک فواره حلقوی نیمه بی‌نهایت طولانی با شعاع داخلی  $r_a^*$  و شعاع خارجی  $r_b^*$  را نشان می‌دهد. معادلات پیوستگی و مومنتوم حاکم بر جریان لزج تراکمن‌پذیر در سیستم مختصات استوانه‌ای  $(z, r, \theta)$ ، با صرف‌نظر از نیروی گرانش، به صورت زیر است:

$$\frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + U \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + U \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{W^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} - \frac{V}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + U \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{VW}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} - \frac{W}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

اغتشاشات سه بعدی بینهایت کوچک در سطوح مشترک گاز- مایع اعمال می شود. میدان های فشار مربوط به جریان های اصلی در گاز و مایع ثابت هستند و در عرض سطوح مشترک گاز- مایع به دلیل کشش سطحی پوش فشار وجود دارد. هنگامی که اغتشاشات در فواره مایع در نتیجه تغییر شکل سطح مشترک و انحراف از حالت تعادل خود توسعه می یابند، میدان جریان با سرعت  $\bar{u}$  و فشار  $p'$  جریان مغذی که به سرعت  $\bar{U}$  و فشار  $\bar{P}$  جریان اصلی اضافه می شوند، مختلط می شود. بنابراین در سیستم مختصات استوانه ای میدان های جریان مغذی به صورت زیر است:

$$\bar{U}_n = \bar{\vec{U}}_n + \vec{u}_n, \quad \vec{u}_n = (u_n, v_n, w_n), \quad p_n = \bar{P}_n + p'_n \quad (5)$$

که اندیس  $n = l, a, b$  به ترتیب مربوط به فواره مایع، جریان گاز درونی و جریان گاز بیرونی است. مقادیر جریان اصلی به صورت زیر داده می شود:

$$\bar{\vec{U}}_l = (U_l^*, 0, 0), \quad \bar{\vec{U}}_a = (U_a^*, 0, 0), \quad \bar{\vec{U}}_b = (U_b^*, 0, 0) \quad (6)$$

با جایگذاری روابط (5) و (6) در معادلات (1) تا (4)، و با صرف نظر کردن از ترموماتری غیرخطی اغتشاشات (طبق تئوری خطی پایداری)، معادلات حاکم بر حرکت جریان آشفته به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{v_n}{r} + \frac{\partial v_n}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial \theta} + \frac{\partial u_n}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + U_n^* \frac{\partial u_n}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p'_n}{\partial z} + \nu_n \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_n}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_n}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} \right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + U_n^* \frac{\partial v_n}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p'_n}{\partial r} + \nu_n \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_n}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \theta^2} - \frac{v_n}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w_n}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_n}{\partial z^2} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial w_n}{\partial t} + U_n^* \frac{\partial w_n}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p'_n}{\partial \theta} + \nu_n \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial w_n}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_n}{\partial \theta^2} - \frac{w_n}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_n}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial z^2} \right] \quad (10)$$

با تعیین موقعیت سطوح مشترک داخلی و خارجی به صورت زیر:

$$r_a = r_a^* + \eta_a(z, \theta, t), \quad r_b = r_b^* + \eta_b(z, \theta, t) \quad (11)$$

که مطابق شکل ۳،  $r_a^*$  و  $r_b^*$  به ترتیب شعاع انحنای سطح مشترک داخلی و خارجی در حالت تعادل ورقه حلقوی مایع و  $\eta_a$  و  $\eta_b$  به ترتیب تغییر موقعیت سطح مشترک داخلی و خارجی از حالت تعادل آنها در اثر اغتشاشات وارد است. حل معادلات حاکم بر حسب مدل نرمال به صورت زیر دنبال می شود:

$$(\vec{u}_n, p'_n) = [\hat{\vec{u}}_n(r), \hat{p}_n(r)] e^{i(\alpha z + n\theta - \Omega t)} \quad (12)$$

$$\eta_a = {}_{za} e^{i(\alpha z + n\theta - \Omega t) + i\phi} \quad (13)$$

$$\eta_b = {}_{zb} e^{i(\alpha z + n\theta - \Omega t)} \quad (14)$$

که  $a$  و  $b$  دامنه اغتشاشات اولیه در سطح مشترک های داخلی و خارجی بوده و  $\phi$  اختلاف فاز بین جابجایی این سطوح مشترک است. برای ورقه های مایع، مقدار  $\phi$  صفر یا  $\pi$  است. اختلاف فاز صفر نشان دهنده مدل سینوسی است در حالی که اختلاف فاز  $\pi$  مربوط به مدل اتساعی است. اما برای ورقه های حلقوی مایع، مقدار نزدیک به صفر یا نزدیک به  $\pi$  است که به ترتیب مربوط به مدهای شبیه سینوسی و شبیه اتساعی است. قسمت حقیقی  $\alpha$  عدد موج محوری اغتشاش است و توسط رابطه

$\alpha_r = 2\pi / \lambda_z$  به طول موج محوری مربوط می‌شود. قسمت موهومی  $\alpha$  بیان کننده نرخ رشد یا اضمحلال اغتشاش در جهت محوری است. قسمت حقیقی  $\Omega$ ،  $2\pi$  برابر فرکانس اغتشاش است و  $\alpha/\Omega$ - نشان دهنده سرعت انتشار موج اغتشاش است. قسمت موهومی  $\Omega$ ، نرخ رشد یا اضمحلال اغتشاش با زمان را نشان می‌دهد.  $n$  نیز نشان دهنده عدد موج محیطی اغتشاش است.

با جایگذاری معادلات (۱۲) تا (۱۴) در معادلات دیفرانسیل حاکم (۷) تا (۱۰) و صرفنظر از ترم‌های مرتبه دوم، معادلات حاکم بر جریان آشفته به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی و خطی زیر در می‌آیند:

$$\frac{\hat{v}_n}{r} + \hat{v}'_n + \frac{in}{r} \hat{w}_n + i\alpha \hat{u}_n = 0 \quad (15)$$

$$\hat{u}''_n + \frac{\hat{u}'_n}{r} - \left[ \frac{i}{V_n} (\alpha U_n^* - \Omega) + \alpha^2 + \frac{n^2}{r^2} \right] \hat{u}_n = \frac{i\alpha}{\mu_n} \hat{p}_n \quad (16)$$

$$\hat{v}''_n + \frac{\hat{v}'_n}{r} - \left[ \frac{i}{V_n} (\alpha U_n^* - \Omega) + \alpha^2 + \frac{n^2 + 1}{r^2} \right] \hat{v}_n = \frac{1}{\mu_n} \hat{p}'_n + \frac{2in}{r^2} \hat{w}_n \quad (17)$$

$$\hat{w}''_n + \frac{\hat{w}'_n}{r} - \left[ \frac{i}{V_n} (\alpha U_n^* - \Omega) + \alpha^2 + \frac{n^2 + 1}{r^2} \right] \hat{w}_n = \frac{in}{r\mu_n} \hat{p}_n - \frac{2in}{r^2} \hat{v}_n \quad (18)$$

که در معادلات بالا مشتق نسبت به  $r$  است.  
شرایط مرزی شامل شرایط سینماتیکی و دینامیکی می‌شوند. چون سطوح مشترک سطوح مادی هستند، شرایط مرزی سینماتیکی به صورت تعریف می‌شوند:

$$v_l = \frac{\partial \eta_a}{\partial t} + U_l^* \frac{\partial \eta_a}{\partial z} \quad (19)$$

$$v_a = \frac{\partial \eta_a}{\partial t} + U_a^* \frac{\partial \eta_a}{\partial z} \quad (20)$$

در  $r = r_a^*$  و

$$v_l = \frac{\partial \eta_b}{\partial t} + U_l^* \frac{\partial \eta_b}{\partial z} \quad (21)$$

$$v_b = \frac{\partial \eta_b}{\partial t} + U_a^* \frac{\partial \eta_b}{\partial z} \quad (22)$$

در  $r = r_b^*$

شرط دینامیکی اشاره می‌کند که به دلیل فرض غیرلزج برای فاز گازی، تنش برشی در سطوح مشترک باید به صفر برسد و تنش‌های نرمال در عرض سطوح مشترک با توجه به اثر کشش سطحی  $\sigma$ ، باید پیوسته باشند. این شرایط دینامیکی را از نظر ریاضی می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\tau_{rz} = \mu_l \left( \frac{\partial u_l}{\partial r} + \frac{\partial v_l}{\partial z} \right) = 0 \quad (23)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu_l \left( \frac{\partial w_l}{\partial r} - \frac{w_l}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_l}{\partial \theta} \right) \quad (24)$$

در  $r = r_b^*$  و  $r = r_a^*$

$$p'_a - p'_l + 2\mu_l \frac{\partial v_l}{\partial r} = -\sigma \left( \frac{\eta_a}{r_a^2} + \frac{1}{r_a^2} \frac{\partial^2 \eta_a}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \eta_a}{\partial z^2} \right) \quad (25)$$

در  $r = r_a^*$  و

$$p'_b - p'_l + 2\mu_l \frac{\partial v_l}{\partial r} = \sigma \left( \frac{\eta_b}{r_b^2} + \frac{1}{r_b^2} \frac{\partial^2 \eta_b}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \eta_b}{\partial z^2} \right) \quad (26)$$

در  $r = r_b^*$ . به علاوه، در فاز گازی محفظه، اثرات اغتشاشات باید به لحاظ فیزیکی محدود باقی بماند، چه در خط مرکزی و چه در دور از فواره مایع، یعنی:

$$u_a \text{ and } p'_a \text{ bounded as } r \rightarrow 0 \quad (27)$$

$$u_b \text{ and } p'_b \text{ bounded as } r \rightarrow \infty \quad (28)$$

با جایگذاری معادلات (12) تا (14) در شرایط مرزی سینماتیکی، معادلات مربوط به این شرایط مرزی، معادلات (19) تا (22)، به صورت زیر در می‌آیند:

$$\hat{v}_l(r_a^*) = i_{sa}(\alpha U_l^* - \Omega) \quad (29)$$

$$\hat{v}_a(r_a^*) = i_{sa}(\alpha U_a^* - \Omega) \quad (30)$$

$$\hat{v}_l(r_b^*) = i_{sb}(\alpha U_l^* - \Omega) \quad (31)$$

$$\hat{v}_b(r_b^*) = i_{sb}(\alpha U_b^* - \Omega) \quad (32)$$

همین‌طور با جایگذاری معادلات (12) تا (14) در شرایط مرزی دینامیکی (23) تا (26)، به صورت معادلات زیر ساده می‌شوند:

$$\hat{u}'_l(r_a^*) + i\alpha \hat{v}_l(r_a^*) = 0 \quad (33)$$

$$\hat{u}'_l(r_b^*) + i\alpha \hat{v}_l(r_b^*) = 0 \quad (34)$$

$$\hat{w}'_l(r_a^*) - \frac{\hat{w}_l(r_a^*)}{r_a^*} + in \frac{\tilde{v}_l(r_a^*)}{r_a^*} = 0 \quad (35)$$

$$\hat{w}'_l(r_b^*) - \frac{\hat{w}_l(r_b^*)}{r_b^*} + in \frac{\hat{v}_l(r_b^*)}{r_b^*} = 0 \quad (36)$$

$$\hat{p}_a(r_a^*) - \hat{p}_l(r_a^*) + 2\mu_l \hat{v}'_l(r_a^*) = -\sigma_{sa} \left( \frac{1-n^2}{r_a^{*2}} - \alpha^2 \right) \quad (37)$$

$$\hat{p}_b(r_b^*) - \hat{p}_l(r_b^*) + 2\mu_l \hat{v}'_l(r_b^*) = \sigma_{sb} \left( \frac{1-n^2}{r_b^{*2}} - \alpha^2 \right) \quad (38)$$

شرایط حدی (37) و (38) نیز به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\hat{u}_a(0) \text{ and } \hat{p}_a(0) \rightarrow \text{bounded} \quad (39)$$

$$\hat{u}_b(r \rightarrow \infty) \text{ and } \hat{p}_b(r \rightarrow \infty) \rightarrow \text{bounded} \quad (40)$$

برای بررسی راحت‌تر اثر نیروها، خواص سیال و سایر پارامترهای هندسی لازم است که معادلات اغتشاشی حاکم و شرایط مرزی مربوطه به صورت بدون بعد نوشته شوند. به همین منظور متغیرها و پارامترهای مربوط به معادلات اغتشاشی به کمک روابط زیر بی‌بعد می‌شوند:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{r_*}, \bar{r}_a^* = \frac{r_a^*}{r_b^*}, \bar{r}_b^* = \frac{r_b^*}{r_b^*} = 1, e_a = \frac{r_a}{r_b^*}, e_b = \frac{b}{r_b^*}, \frac{\omega}{\bar{z}} = \frac{z}{r_b}, \\ \bar{t} &= \frac{t U_l^*}{r_b^*}, \bar{\tilde{u}}_n = \frac{\tilde{u}_n}{U_l^*}, \bar{U}_n^* = \frac{U_n^*}{U_l^*}, \tilde{p}_n = \frac{\hat{p}_n}{\rho_n U_n^{*2}}, \\ \gamma &= \frac{\rho_g}{\rho_l}, k = \alpha r_b^*, \omega = \frac{\Omega r_b^*}{U_l^*}, \text{Re} = \frac{\rho_l U_l^* r_b^*}{\mu_l}, \\ \text{We}_l &= \frac{\rho_l U_l^{*2} r_b^*}{\sigma}, \text{We}_a = \frac{\rho_g U_a^{*2} r_a^*}{\sigma}, \text{We}_b = \frac{\rho_g U_b^{*2} r_b^*}{\sigma}, \\ (\bar{\tilde{u}}_n, \bar{p}_n) &= [\bar{\tilde{u}}_n(\bar{r}), \tilde{p}_n(\bar{r})] e^{i(k\bar{z} + n\theta - \omega\bar{t})} \end{aligned} \quad (41)$$

### معادله پراکندگی حاکم بر ورقه حلقوی مایع

با حل معادلات اغتشاشی حاکم بر جریان لزج ورقه حلقوی مایع و دو جریان غیرلزج گازی درون و بیرون آن به همراه شرایط مرزی آن‌ها، معادله پراکندگی حاکم بر ورقه حلقوی لزج مایع با در نظر گرفتن گازهای درون و بیرون آن و با فرض اغتشاشات سه بعدی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$l_{94}\omega^4 + l_{93}\omega^3 + l_{92}\omega^2 + l_{91}\omega = 0 \quad (42)$$

که ضرایب  $l_{91}$  تا  $l_{94}$  در پیوست ۱ آورده شده است. این ضرایب دارای توابع بسل اصلاح شده نوع اول و دوم  $Sr$  هستند.  $S$  از طریق رابطه  $S^2 = i\text{Re}(k\bar{U}_l^* - \omega) + k^2$  به فرکانس بدون بعد موج اغتشاشی  $\omega$  مربوط می‌شود. بنابراین معادله (۴۲) یک معادله غیرخطی مرتبه چهار بر حسب  $\omega$  بوده و دارای چهار ریشه مختلط است.

### ارائه نتایج

در این بخش به کمک حل معادله (۴۲) به دنبال مطالعه ناپایداری مدهای اغتشاشی مختلف (شبه سینوسی و شبه اتساعی، متقارن محوری و نامتقارن محوری) ورقه حلقوی مایع لزج خارج‌شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده و هم‌چنین بررسی اثر لزفواره مایع روی ناپایداری این ورقه در نسبت‌های هوادهی بالا هستیم. اگر فرکانس بدون بعد موج اغتشاشی  $\omega$  به صورت مختلط  $\omega_r + i\omega_i = \omega$  نوشته شود، قسمت موهومی  $\omega_r$  نرخ رشد یا اضمحلال اغتشاش با زمان را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه شکست مایع در طول موج با بیشترین نرخ رشد اتفاق می‌افتد بنابراین هدف از حل معادله پراکندگی پیدا کردن ریشه مختلط با بزرگترین قسمت موهومی مثبت خواهد بود. برای بدست آوردن ریشه‌های معادله (۴۲) از روش ریشه‌یابی مولر<sup>۱</sup> استفاده شده است. مراحل حل معادله به کمک روش مولر نیز در نرم‌افزار متمتیکا<sup>۲</sup> کدنویسی شده است.

### بررسی صحت معادله پراکندگی بدست آمده و حل آن

تاکنون مطالعات تحلیلی زیادی بر روی پایداری ورقه حلقوی مایع انجام شده است. از آن میان، لیائو و همکاران [۱۹] برای مدل کردن ورقه حلقوی مایع در پایین دست اتمایزر هوا- وزش از تحلیل پایداری سه بعدی لزج استفاده کردند. آن‌ها اثرات

1. Muller method  
2. Mathematica

سرعت محوری، چرخش هوا و لزفواره مایع روی نرخ رشد مدهای اغتشاشی را به تفصیل بررسی و در غالب نمودارهای پراکندگی ارائه کرده‌اند.

در مطالعه حاضر به منظور صحت سنجی معادله پراکندگی بدست آمده و حل آن، با توجه به این که ورقه مایع و گازهای درون و بیرون آن دارای چرخش نمی‌باشند، معادله (۴۲) با شرایط جریانی مشابه کار لیائو و همکاران [۱۹] و در حالت بدون چرخش هوا، حل و با نتایج آن‌ها مقایسه شده است. نتیجه این صحت سنجی به صورت نمودارهای شکل ۴ نشان داده است.

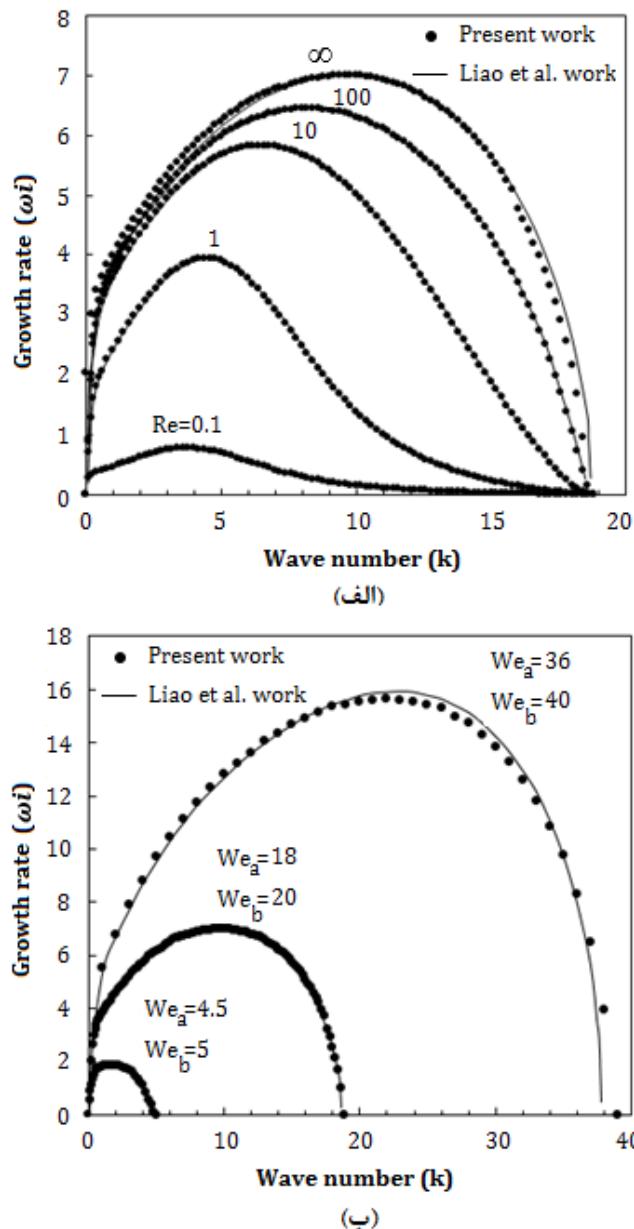


Figure 4- Comparison of the results of the present study with the results obtained by Liao et al [16] to solve the dispersion equation in terms of changes in the growth rate of perturbations with wave number (a)

$$We_l = 37, We_a = 18, We_b = 20, \gamma = 1.29 \times 10^{-3}, \bar{r}_a^* = 0.9, n = 0 \quad (b) \quad We_l = 37, Re = 1000, \gamma = 1.29 \times 10^{-3}, \bar{r}_a^* = 0.9, n = 0.$$

شکل ۴- مقایسه نتایج بدست آمده از مطالعه حاضر برای حل معادله پراکندگی بر حسب تغییرات نرخ رشد اغتشاشات با عدد موج با نتایج بدست آمده توسط لیائو و همکاران [۱۶] (الف)  $We_l = 37, We_a = 18, We_b = 20, \gamma = 1.29 \times 10^{-3}, \bar{r}_a^* = 0.9, n = 0$  (ب)  $We_l = 37, Re = 1000, \gamma = 1.29 \times 10^{-3}, \bar{r}_a^* = 0.9, n = 0$ .

شکل ۴ (الف) نتایج لیائو و همکاران برای تغییرات نرخ رشد اغتشاشات بر حسب عدد موج را با نتایج کار حاضر در اعداد رینولدز مختلف مقایسه می‌کند. همان‌طور که از شکل مشخص است، نتایج حاصل از حل معادله پراکنده‌گی بدست آمده در هر دو مطالعه بر اساس شرایط جریانی و هندسی بکار رفته توسط لیائو و همکاران در اعداد رینولدز مختلف به خوبی منطبق بر یکدیگر است. همچنین شکل ۴ (ب) مقایسه تغییرات نرخ رشد ماکریزم اغتشاشات بر حسب عدد موج در اعداد مختلف وبر گاز درون و بیرون ورقه مایع را نشان می‌دهد. در این شکل نیز نتایج به خوبی بر هم منطبق‌اند. بنابراین با اطمینان از معادله پراکنده‌گی بدست آمده و حل آن، به مطالعه ناپایداری ورقه حلقوی مایع برای شرایط تقریبی جریانی و هندسی اتمایزه مایع هواده‌ی شده مورد مطالعه توسط علیزاده کاکلر و انصاری [۱۷] در نسبت‌های هواده‌ی بالا پرداخته شده است.

### بررسی ناپایداری مدهای اغتشاشی

بر اساس نتایج شبیه‌سازی سه بعدی جریان دو فازی داخل اتمایزه مایع هواده‌ی شده [۱۷]، ضخامت و سرعت تقریبی ورقه حلقوی مایع خروجی از اتمایزه و سرعت خروجی گاز داخل آن در دبی مایع  $0.38 \text{ L/min}$  در دقیقه و نسبت‌های هواده‌ی  $1/24$  درصد و  $1/84$  درصد به صورت جدول ۱ خلاصه شده است. با توجه به اینکه ورقه حلقوی مایع وارد جریان گازی ساکن می‌شود، سرعت گاز بیرونی ورقه حلقوی برابر صفر خواهد بود.

جدول ۱- شرایط خروجی جریان در دبی مایع  $0.38 \text{ L/min}$  در دقیقه و نسبت‌های هواده‌ی بالا برای اتمایزه مایع هواده‌ی شده شبیه‌سازی شده توسط علیزاده کاکلر و انصاری [۱۷]

Table 1- The conditions of the output flow from effervescent atomizer simulated by Alizadeh Kakler and Ansari [17] at  $0.38 \text{ L/min}$  liquid flow rate and high aeration ratios

GLR%	سرعت هسته گازی (m/s)	سرعت ورقه مایع (m/s)	ضخامت ورقه مایع (mm)
$1/24$	$30/72$	$7/16$	$0/17$
$1/84$	$42/75$	$9/38$	$0/14$

با استفاده از شرایط خروجی جریان در اتمایزه مایع هواده‌ی شده که در واقع شرایط ورودی برای تحلیل پایداری ورقه حلقوی مایع محسوب می‌شود، اعداد بدون بعد لازم برای حل معادله پراکنده‌گی به صورت جدول ۲ به دست آمده است.

جدول ۲- اعداد بدون بعد لازم در حل معادله پراکنده‌گی برای نسبت‌های هواده‌ی بالا

Table 2- Dimensionless numbers required to solve the dispersion equation for high aeration ratios

GLR	Re	We <sub>l</sub>	We <sub>a</sub>	We <sub>b</sub>	$\bar{r}_a^*$	$\gamma$
$1/24$	۷۱۴۴	۷۱۰	$12/32$	.	$0/83$	$0/00114$
$1/84$	۹۳۶۰	۱۲۱۹	$24/82$	.	$0/86$	$0/00114$

با استفاده از داده‌های جدول ۲، معادله پراکنده‌گی برای بدست آوردن بیشینه نرخ رشد امواج اغتشاشی در طول موج‌های مختلف حل شده است. نتایج حل نشان داد که مد اغتشاشی متقارن محوری ( $n=0$ ) تنها مد ناپایدار بوده و در مدهای اغتشاشی نامتقارن محوری ( $n=1, 2, 3, \dots$ )، معادله پراکنده‌گی فاقد ریشه مختلط با قسمت موهومی مثبت است. با توجه به نتیجه مشابه به دست آمده توسط علیزاده و همکاران [۱۴]، برای نسبت‌های هواده‌ی پایین، می‌توان نتیجه گرفت که برای ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزه مایع هواده‌ی شده به جای تحلیل پایداری خطی سه بعدی می‌توان از تحلیل پایداری خطی دو بعدی استفاده کرد.

نتایج حل مربوط به مد اغتشاشی متقارن محوری برای هر دو مد اغتشاشی شبه‌سینوسی و شبه‌اتساعی در نسبت‌های هواهی ۱/۲۴ درصد و ۱/۸۴ درصد به صورت نمودارهای پراکندگی به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است.

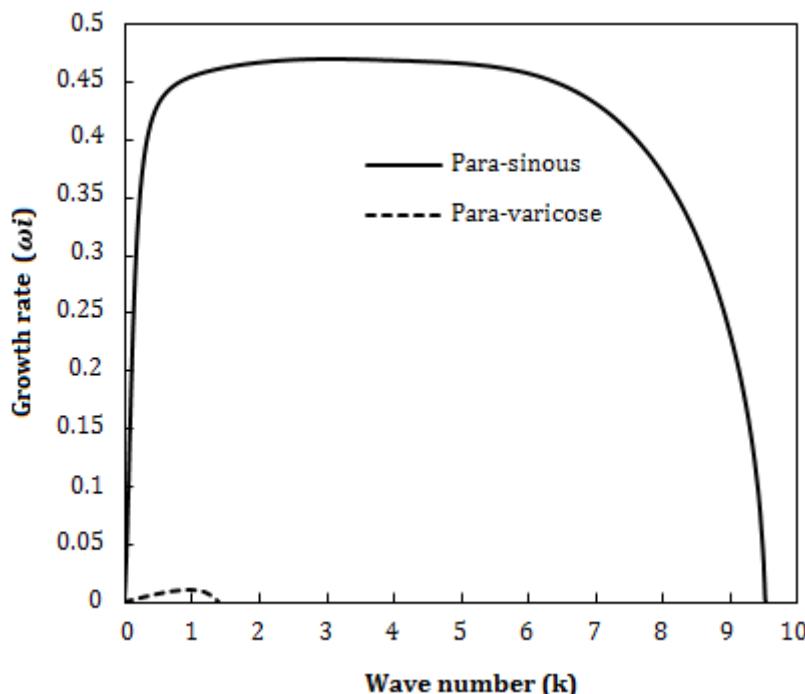


Figure 5- The changes of the growth rate of para-sinus and para-varicose perturbation modes with their wave numbers for GLR=1.24% and  $n=0$ .

شکل ۵- تغییرات نرخ رشد مدهای اغتشاشی شبه‌سینوسی و شبه‌اتساعی با عدد موج آن‌ها برای % GLR=1.24 و  $n=0$

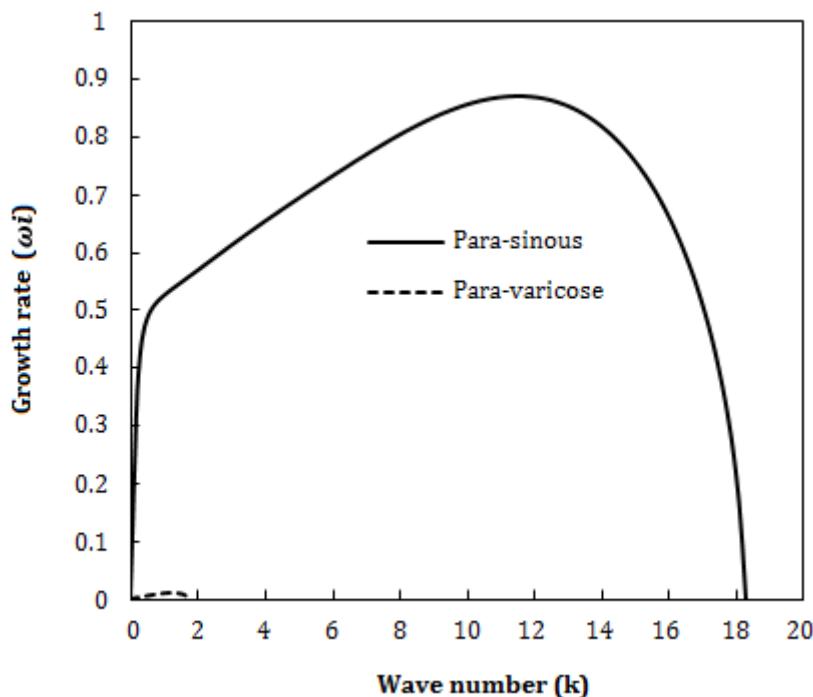


Figure 6- The changes of the growth rate of para-sinus and para-varicose perturbation modes with their wave numbers for GLR=1.84% and  $n=0$ .

شکل ۶- تغییرات نرخ رشد مدهای اغتشاشی شبه‌سینوسی و شبه‌اتساعی با عدد موج آن‌ها برای % GLR=1.84 و  $n=0$

با توجه به نمودارهای تغییرات نرخ رشد مدهای اغتشاشی شبه سینوسی و شبه اتساعی با عدد موج آنها در شکل‌های ۵ و ۶، مشاهده می‌شود که در نسبت‌های هوادهی بالا، نرخ رشد مد شبه سینوسی بسیار بیشتر از نرخ رشد مد شبه اتساعی است. یعنی اغتشاشات شبه سینوسی بسیار ناپایدارتر از اغتشاشات شبه اتساعی هستند. بنابراین در نسبت‌های هوادهی بالا هم، مانند نسبت‌های هوادهی پایین بررسی شده توسط علیزاده و همکاران [۱۴]، مد غالب در شکست ورقه حلقوی مایع مد اغتشاشی شبه سینوسی است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت هوادهی، علاوه بر افزایش دامنه اعداد موج ناپایدار مربوط به مد غالب شبه سینوسی، عدد موج مربوط به بیشترین نرخ رشد اغتشاشات نیز به سمت اعداد موج بزرگ‌تر انتقال یافته است. به بیان دیگر با افزایش نسبت هوادهی، شکست ورقه حلقوی مایع در طول موج‌های کوتاه‌تری اتفاق خواهد افتاد.

### بررسی اثر لزفواره در ناپایداری ورقه حلقوی مایع

برای بررسی اثر لزفواره در ناپایداری ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزرهای هوادهی شده، با توجه به نتایج بیان شده در بخش‌های قبلی، تنها ناپایداری مدهای اغتشاشی متقارن محوری شبه سینوسی بررسی شده است. به این منظور نمودار تغییرات نرخ رشد اغتشاشات متقارن محوری شبه سینوسی با عدد موج آنها یک بار با فرض مایع لزج و بار دیگر با غیرلزج فرض کردن مایع ( $Re \rightarrow \infty$ ) رسم و با هم مقایسه شده‌اند (شکل‌های ۷ و ۸).

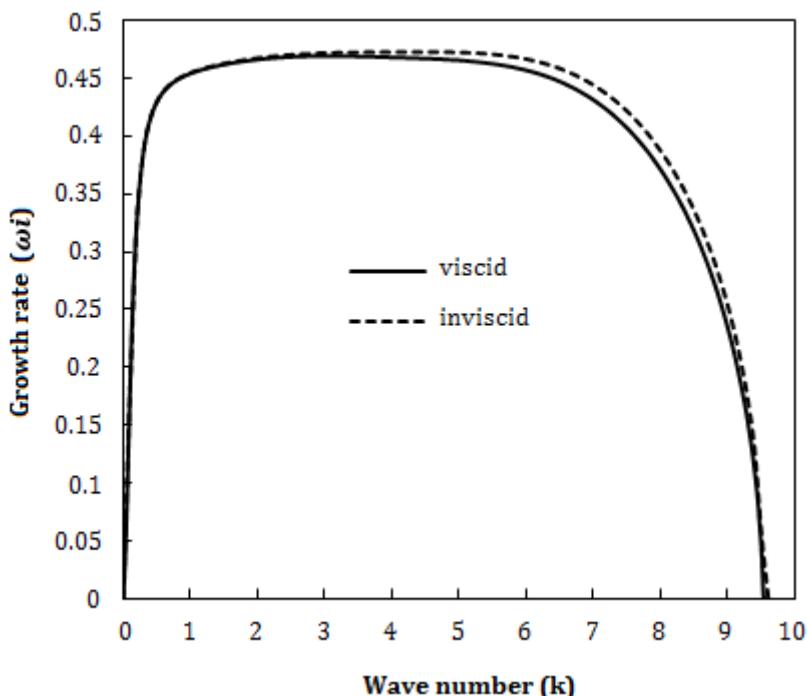


Figure 7- The growth rate changes of viscose and non-viscose axisymmetric para-sinusoidal perturbation modes with their wave numbers for GLR=1.24%.

شکل ۷- تغییرات نرخ رشد مدهای اغتشاشی متقارن محوری شبه سینوسی لزج و غیرلزج با عدد موج آنها برای GLR=1.24%

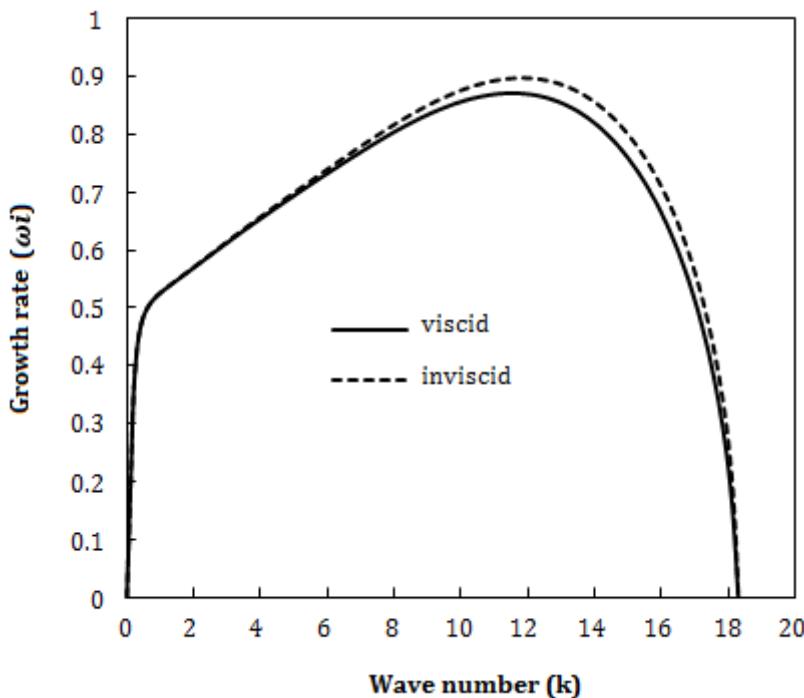


Figure 8- The growth rate changes of viscose and non-viscose axisymmetric para-sinusoidal perturbation modes with their wave numbers for GLR=1.84%.

شکل ۸- تغییرات نرخ رشد مدهای اغتشاشی متقارن محوری شبیه‌سینوسی لزج و غیرلزج با عدد موج آن‌ها برای %GLR=1.84%.

همان‌طور که از شکل‌های ۷ و ۸ مشخص است، با لزج فرض کردن ورقه حلقوی مایع، ضمن ثابت ماندن محدوده اعداد موج ناپایدار، بیشینه نرخ رشد اغتشاشات در هر دو نسبت هوادهی کمی کاهش یافته است. یعنی لزفواره مایع تا حدی اثر پایدارکنندگی روی ورقه حلقوی مایع داشته است. علیزاده و همکاران [۱۵]، در مطالعه اثر لزفواره ورقه حلقوی مایع خارج-شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده در نسبت‌های هوادهی پایین، به این نتیجه رسیدند که لزفواره مایع هیچ تأثیر قابل توجهی بر روی ناپایداری آن نداشته و دو نمودار لزج و غیرلزج تقریباً برهمنطبق‌اند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اثر لزفواره مایع روی ناپایداری ورقه حلقوی خارج‌شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده، با افزایش نسبت هوادهی اهمیت می‌یابد. به عبارت دیگر، صرف‌نظر کردن از لزفواره مایع در نسبت‌های هوادهی بالا می‌تواند باعث ایجاد خطأ در محاسبات مربوط به پایداری ورقه حلقوی و طول شکست مربوط به آن شود.

همچنین با دقت در شکل‌های ۷ و ۸ می‌توان دریافت که با لزج در نظر گرفتن مایع، عدد موج مربوط به بیشینه نرخ رشد اغتشاشات به سمت عدد موج کمتر انتقال می‌یابد. به عبارت دیگر، لزفواره مایع باعث شکست ورقه حلقوی مایع در طول موج‌های بلندتر خواهد شد. نتیجه به دست آمده مشابه نتیجه یان و همکاران [۱۳]، در مطالعه ناپایداری ورقه حلقوی مایع لزج در حال چرخش، است.

### نتیجه‌گیری

مقاله حاضر با استفاده از تحلیل پایداری زمانی خطی سه بعدی، به مطالعه ناپایداری ورقه حلقوی مایع خارج‌شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده در نسبت‌های دبی جرمی گاز به مایع بالا پرداخته است. با حل معادله پراکندگی به دست آمده برای شرایط جریانی ورقه حلقوی مایع خارج شونده از اتمایزر مایع هوادهی شده در دبی مایع ۰/۳۸ لیتر بر دقیقه و نسبت‌های هوادهی

۱/۲۴ درصد و ۸/۱ درصد، نمودارهای تغییرات نرخ رشد اغتشاشات بر حسب عدد موج رسم شدند. این نمودارها نشان دادند که در نسبت‌های دبی جرمی گاز به مایع مورد بررسی، مدهای اغتشاشی متقاضی محوری شبیه‌سینوسی مد غالب در شکست ورقه حلقوی مایع خروجی از این نوع اتمایزیر هستند. هم‌چنین مشاهده شد که با افزایش نسبت هوادهی، علاوه بر افزایش دامنه اعداد موج ناپایدار مربوط به مد غالب شبیه‌سینوسی، عدد موج مربوط به بیشترین نرخ رشد اغتشاشات نیز به سمت اعداد موج بزرگ‌تر، طول موج‌های کوتاه‌تر، انتقال می‌یابد.

هم‌چنین نتایج مربوط به بررسی اثر لزفواره روی ناپایداری ورقه حلقوی مایع نشان دادند که لزفواره مایع تا حدی اثر پایدارکنندگی داشته و غیرلرج فرض کردن مایع در نسبت‌های هوادهی بالا می‌تواند باعث ایجاد خطأ در محاسبات مربوط به پایداری ورقه حلقوی و طول شکست مربوط به آن شود.

## منابع

1. P. B. Bai, Y.M. Xing, Z. Wang., “Experiment Study and Simulation Research for the Atomization Characteristics of the Internal-Mixing Twin-Fluid Atomizer,” in *Advanced Materials Research*, 1049, 2014, pp. 1075-1082.
2. S. D. Sovani, P. E. Sojka, A. H. Lefebvre, “Effervescent Atomization,” *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 27 (4), 2001, pp. 483-521.
3. H. Lefebvre and R. Ballal, *GAS Turbine Combustion: Alternative Fuels and Emissions*, Third Edition, CRC press, 2010.
4. U. Sarkar and K. Ramamurthi, “Flow visualization of sprays formed by bubbly, slug, and annular flows in an effervescent atomizer,” *Journal of Flow Visualization & Image Processing*, Vol. 14 (4), 2007, pp. 397-408.
5. M. Lörcher, F. Schmidt, D. Mewes, “Effervescent atomization of liquids,” *Atomization and Sprays*, Vol. 15 (2), 2005, pp. 145-168.
6. J. Y. Kim, S. Y. Lee, “Dependence of spraying performance on the internal flow pattern in effervescent atomizers,” *Atomization and Sprays*, Vol. 11 (6), 2001, pp. 735-756.
7. J. Jedelsky, M. Jicha, “Unsteadiness in effervescent sprays: a new evolution method and influence of operational conditions,” *Atomization and Sprays*, Vol. 18 (1), 2008, pp. 49-83.
8. L. J. Qian, J. Z. Lin, H. B. Xiong, “A Fitting formula for predicting droplet mean diameter for various liquid in effervescent atomization spray,” *Journal of Thermal Spray Technology*, Vol. 19 (3), 2010, pp. 586-601.
9. Q. Du, X. Li, “Effect of gas stream swirls on the instability of viscous annular liquid jets,” *Acta Mechanica*, Vol. 176 (1-2), 2005, pp. 61-81.
10. E. P. Herrero, E. M. Del Valle, M. A. Galan, “Instability study of a swirling annular liquid sheet of polymer produced by air-blast atomization,” *Chemical Engineering Journal*, Vol. 133 (1-3), 2007, pp. 69-77.
11. S. H. Moosavi, F. Ommi, “Determining the characteristics of the primary breakup of the liquid plate exiting from airblast atomizer by nonlinear investigation of instability in the liquid plate,” *Fluid Mechanics and Aerodynamics*, 2015, Vol. 3(2), pp. 11.
12. J. Shen, X. Li, “Instability of an annular viscosity liquid jet,” *Acta Mechanica*, Vol. 114 (12), 1996, pp. 167-183.
13. K. Yan, Z. Ning, M. Lü, C. Sun, J. Fu, Y. Li, “Spatial instability in annular swirling viscous liquid sheet,” *Physics of Fluid*, Vol. 27 (2), 2015, 024101.
14. Z. Alizadeh Kaklar, M. R. Ansari, J. Alizadeh Kaklar, “Study of the instability of the perturbation modes of the annular liquid sheet exiting from the effervescent atomizer,” *28<sup>th</sup> Annual International Conference of Iranian Society of Mechanical Engineering*, 2020.(In Persian)
15. Z. Alizadeh Kaklar, M. R. Ansari, J. Alizadeh Kaklar, “Investigation of the effect of viscosity on the instability of the annular liquid sheet exiting from the effervescent atomizer,” *29th Annual International Conference of the Iranian Association of Mechanical Engineers and the 8th Conference on Thermal Power Plants*, 2021.(In Persian)
16. Z. Alizadeh Kaklar, M. R. Ansari, “Numerical study of the 3D internal flow field of effervescent atomizer at different aeration levels,” *Fuel and combustion*, Vol. 13 (4), 2020, pp. 25-42.(In Persian)
17. Z. Alizadeh Kaklar, M. R. Ansari, “Simulates the internal flow field of an injector and the linear instability studying of the exiting annular liquid sheet,” PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, 2018. (In Persian)
18. J. Shen, “Formation and characteristics of sprays from annular viscous liquid jet breakup,” Doctoral dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of Victoria, Canada, 1997.
19. Y. Liao, S. Jeng, M. A. Jog, M. A. Benjamin, “Instability of an annular liquid sheet surrounded by swirling airstreams,” *AIAA Journal*, Vol. 38 (12), 2000, pp. 453-460.

## English Abstract

### Study of the instability of the annular liquid sheet exiting from the effervescent atomizer at high aeration ratios

Zahra Alizadeh Kaklar<sup>1\*</sup>, MohammadReza Ansari<sup>2</sup>, MohammadAli Amirsoroudi<sup>3</sup>

1- Combustion Department, Turbotec Company, Tehran, Iran, z.alizadeh@turbotec-co.com

2- Department of Mechanical Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran, mra\_1330@modares.ac.ir

3- Combustion Department, Turbotec Company, Tehran, Iran, m.soroudi@turbotec-co.com

\*Corresponding author

(Received: 2022/03/05, Received in revised form: 2022/05/07, Accepted: 2022/06/13)

In many atomizers, the breakup of the annular liquid sheet exiting from the atomizer is responsible for the formation of the spray and the determination of the spray characteristics. This paper studies the instability of the annular liquid sheet exiting from the effervescent atomizer at high gas to liquid mass flow ratios, in order to better understand the primary breakup process in this type of atomizer. Therefore, the dispersion equation obtained from the 3D linear stability analysis has been solved for the flow conditions of the annular liquid sheet exiting from the effervescent atomizer at 0.38 L/min liquid flow rate and high aeration ratios of 1.24% and 1.84%. The results showed that in the aerated ratios studied, the axisymmetric para-sinusoidal perturbation modes are the predominant in the breakup of the annular liquid sheet. In addition, it was observed that with increasing aeration ratio, the liquid sheet will breakup at shorter wave lengths. Also, the results of the study of the effect of viscosity on the instability of the annular liquid sheet showed that the viscosity of the liquid has some stabilizing effects and non-viscose assumption of the liquid at high aeration ratios can cause errors in calculations of the stability of the annular sheet breakup and the breakup length.

**Keywords:** Linear instability, Annular liquid sheet, Effervescent atomizer, Gas-to-liquid mass flow rate