

# محاسبه صدا در شعله آزاد جت غیرپیش‌آمیخته با استفاده از ترکیب یک روش تحلیلی و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

فائزه احسانی درخشان<sup>۱</sup>، کیومرث مظاهری<sup>۲\*</sup> و یاسر محمودی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، f.ehsaniderakhshan@modares.ac.ir

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، kiumars@modares.ac.ir

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کوئینز، بلفاست ایرلند، s.mahmoudiLarimi@qub.ac.uk

\* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۹۷/۹/۲۵، دریافت آخرین اصلاحات: ۹۷/۱۰/۲۳، پذیرش: ۹۷/۱۰/۲۴)

**چکیده:** در کار حاضر، صدای احتراق ناشی از شعله آزاد غیرپیش‌آمیخته مغشوش محاسبه شده است. روش ارائه‌شده برای محاسبه صدا حل میدان جریان واکنشی با شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و حل تحلیلی معادله لایتهیل برای محاسبات صداست. به این صورت که معادلات جریان و احتراق با روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و یک مدل احتراقی نرخ محدود حل شده و پس از بررسی صحت حل انجام‌شده، عبارت‌های مربوط به چشمه‌های صدای احتراق شامل نوسان انتشار حرارت و نوسان تولید و مصرف گونه‌ها از نتایج آن استخراج شده است. در ادامه، فشار اکوستیک ناشی از این چشمه‌ها در دوردست با حل تحلیلی معادله لایتهیل با تابع گرین و با فرض فشردگی شعله به‌دست آمده است. سپس، مقدار شدت صدا با نتایج تجربی مقایسه شده و در بازه‌ای از فرکانس‌ها تطابق نسبتاً خوبی داشته است. نتایج نشان می‌دهند که استفاده از این روش تحلیلی و فرض فشردگی شعله، در عین حال که هزینه محاسباتی کم‌تری نسبت به حل عددی معادله لایتهیل در محاسبه فشار اکوستیک دارد، می‌تواند نتایج قابل‌قبولی را نیز در محاسبات اکوستیک ارائه دهد. همچنین، صدای ناشی از نوسان تولید و مصرف گونه‌ها در مقابل نوسان انتشار حرارت ناچیز بوده و قابل چشم‌پوشی است.

**کلیدواژگان:** صدای احتراق، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، قیاس لایتهیل، شعله مغشوش، مدل PaSR

## مقدمه

در چهار دهه اخیر، انتشار صدای مزاحم<sup>۱</sup> به موضوع مهمی در مجامع علمی تبدیل شده است. دلیل عمده این امر پذیرش صدای مزاحم به‌عنوان یک آلاینده و تاثیر فیزیکی منفی این پدیده بر افراد و تجهیزاتی است که دائماً در معرض آن قرار دارند. فرایندهای تولید صدا در هوا عبارت‌اند از: ارتعاش سطوح، نوسان چگالی بر اثر افزوده‌شدن گرما به‌صورت ناپایا، افزوده‌شدن جرم (مانند نشستی از مخزن) یا واردشدن نیرو به جریان سیال (مانند حرکت پره‌های چرخنده توربین<sup>۲</sup> در جریان) و اغتشاش جریان که در ماشین‌آلات صنعتی، وسیله‌های نقلیه هوایی و زمینی، فعالیت‌های عمرانی و موارد دیگر تولید صدا می‌کنند [۱]. همچنین، مشعل به‌کاررفته در کوره‌ها و دیگ‌های بخار و مشعل‌های مخصوص سوزاندن گازهای مازاد<sup>۳</sup> در صنایع نفت و پتروشیمی، محفظه احتراق توربین گازی در نیروگاه‌های گازی و محفظه احتراق سیستم پیش‌ران‌ش هواپیما در صنایع حمل‌ونقل از منابع اصلی صدای احتراق‌اند [۲].

1. noise  
2. Rotor  
3. Flare

نخستین بار جیمز لایت‌هیل<sup>۱</sup> در سال‌های ۱۹۵۲-۱۹۵۴، در زمینه صدای جریان جت، مفهوم قیاس<sup>۲</sup> آکوستیک را ارائه داد<sup>۳</sup>. طبق این روش، صدای منتشرشده از ناحیه‌ای که در آن جریان مغشوش وجود دارد، در دوردست، به صورت پاسخ معادله موج ناهمگن در جریان ساکن در نظر گرفته می‌شود. قیاس ارائه‌شده توسط لایت‌هیل توسط لیلی<sup>۳</sup> و سایرین بهبود داده شد تا اثر جریان در حال حرکت در نظر گرفته شود و عبارات‌های دقیق‌تر با فرضیات ساده‌کننده کمتری برای چشمه‌های صدا به دست آید<sup>۴</sup>. با توجه به اینکه جریان جت مغشوش واکنشی افزایش صدای قابل‌ملاحظه‌ای نسبت به حالت غیرواکنشی دارد، با گسترش دادن ایده لایت‌هیل، برای جریان احتراقی از آن نیز استفاده شده است. اولین تحلیل در تعیین چشمه‌های صدای احتراق توسط برگ<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۳ انجام شده که شعله در حال نوسان را به صورت چشمه صدا در قیاس لایت‌هیل در نظر گرفت<sup>۵</sup>. این کار، زمینه تازه‌ای را برای تحلیل توسط محققان دیگر فراهم کرد. داوولینگ، در سال ۱۹۹۶، معادلات کاملی برای استخراج صدای احتراقی براساس قیاس لایت‌هیل ارائه داد<sup>۶</sup>.

به طور کلی، دو روش برای محاسبه صدا در جریان وجود دارد. یک روش، روش مستقیم<sup>۵</sup> نام دارد که با شبیه‌سازی جریان احتراقی و میدان صوتی، به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ یا روش شبیه‌سازی مستقیم، نوسان‌های فشار آکوستیک به طور مستقیم اندازه‌گیری می‌شوند. در روش دوم، که روش ترکیبی<sup>۶</sup> نامیده می‌شود، جریان احتراقی شبیه‌سازی عددی شده و با استخراج متغیرهای مورد نیاز از شبیه‌سازی، نوسان فشار آکوستیک به کمک یک روش انتگرالی، حل معادلات اولر<sup>۷</sup>، حل معادلات نوسان آکوستیک<sup>۸</sup>، یا روش‌های تصادفی<sup>۹</sup> محاسبه می‌شود<sup>۷</sup>.

کارهای کمی در زمینه صدای احتراق به روش مستقیم انجام گرفته است. دلیل آن هزینه محاسباتی بالا و زمان بر بودن به دلیل اختلاف زیاد بین مقیاس‌های طولی متغیرهای آکوستیکی و جریان و واکنش‌ها، و نیاز به شبکه‌بندی در میدانی بزرگ است. در این زمینه می‌توان به کار حقیری و همکارانش<sup>۸</sup>، در سال ۲۰۱۴ اشاره کرد که برای شعله پیش‌آمیخته مغشوش، شبیه‌سازی مستقیم را در هر دو ناحیه چشمه و میدان انتشار صدا انجام دادند. در این کار، سینتیک شیمیایی یک مرحله‌ای و رابطه آرنیوسی برای نرخ واکنش، دقت مرتبه ۸ دیفرانسیل مرکزی برای مکان و رانج کوتای<sup>۱۰</sup> مرتبه ۴ برای زمان به کار رفت. به منظور پیش‌گیری از انعکاس امواج، شرایط مرزی خروجی بدون انعکاس تعریف شد. مشاهده شد که در شعله‌های پیش‌آمیخته، بر اثر تداخل سطوح شعله، بسته‌های نسوخته گاز تولید می‌شود که منبع قوی تولید صداست. این نتیجه تاییدکننده فرضیه‌ای بود که توماس، در سال ۱۹۶۶، با آزمایش خود در رابطه با نحوه ایجاد امواج صوتی در شعله‌های پیش‌آمیخته ارائه کرده بود. به هر حال، این روش‌ها با هزینه محاسباتی زیادی که دارند چندان مورد استفاده نیستند و بیشتر برای بررسی فیزیک تولید چشمه‌های صدا کاربرد دارند.

با استفاده از روش ترکیبی مطالعات بیشتری انجام گرفته است. ایهم و همکارانش، در سال ۲۰۰۷، با استفاده از نتایج شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، صدای احتراق شعله مغشوش آزاد را محاسبه کردند. روش آن‌ها برای محاسبه صدای احتراق، استفاده از معادلات نوسان‌های آکوستیک برای جریان احتراقی<sup>۱۱</sup> بود، اما نتایج آن‌ها ۶ دسی‌بل کاهش نسبت به نتایج تجربی نشان می‌داد. در سال ۲۰۱۲، ایهم و همکارانش<sup>۹</sup>، برای کسب نتایج دقیق‌تر برای شدت صدای احتراق، معادله لایت‌هیل را با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ حل کردند. در این کار فرم فیلترشده معادله آکوستیک در شبیه‌سازی

- 
1. James Lighthill
  2. Analogy
  3. Lilley
  4. Bragg
  5. Direct method
  6. Hybrid method
  7. Linearized Euler Equation (LEE)
  8. Acoustic Perturbation Equations (APE)
  9. Stochastic Noise Generation and Radiation method (SNGR)
  10. Runge-Kutta
  11. Acoustic Perturbation Equations for Reacting Flow (APE-RF)

گردابه‌های بزرگ به کار رفت. در شبیه‌سازی شعله، سه چشمه صدا، که در قیاس لایتهیل از هم مجزا شده‌اند، و سهم هریک از آن‌ها در تولید صدای کل مشخص شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی این کار با نتایج تجربی ارائه‌شده در مراجع [۱۰] و [۱۱] مقایسه شده و تطابق خوبی نشان داده است. همچنین، توزیع مکانی و مشخصه‌های چشمه‌های موج صوتی توسط آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از نتایج مهم این کار اثبات کاربردی بودن قیاس لایتهیل در پیش‌بینی چشمه‌های صدای جریان واکنشی بود. همچنین، آن‌ها در این مقاله نشان دادند که در سیستم‌های احتراقی سوخت و هوا، مکانیزم غالب تولید صدا نوسان نرخ انتشار حرارت است و صدای تولیدشده از تنش‌های رینولدز و جابه‌جایی چگالی نوسانی قابل چشم‌پوشی‌اند. لیو [۱۲]، در سال ۲۰۱۵، رابطه همبستگی دوزمانی<sup>۱</sup> نرخ نوسان‌های انتشار حرارت در حجم شعله پیش‌آمیخته را ارائه داد. این رابطه همبستگی، در صورت موجود بودن داده‌های متوسط جریان، روش دیگری برای محاسبه شدت صداست که نیازی به شبیه‌سازی نوسان‌ها ندارد. رابطه همبستگی در این مقاله، با استفاده از داده‌های متوسط زمانی نرخ انتشار حرارت، طیف نوسان‌های مرتبط را پیش‌بینی می‌کند. ضرایب موجود در رابطه همبستگی از شبیه‌سازی مستقیم<sup>۲</sup> به‌دست آمد. رابطه همبستگی به‌صورت تابع گوسی<sup>۳</sup> بیان شد و تغییرات فرکانس پایین نوسان انتشار حرارت را پیش‌بینی کرد. در سال ۲۰۱۶، لیو باردون و همکارانش [۱۳] روشی برای پیش‌بینی صدای مستقیم و غیرمستقیم ناشی از احتراق در موتور هلیکوپتر، با استفاده از روش ترکیبی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و حل تحلیلی، ارائه دادند. در این کار، محفظه احتراق در دو نقطه عملکرد، با مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به‌صورت عددی مدل شد. نوآوری این کار ارائه حل تحلیلی بر مبنای فرض فشردگی شعله و تئوری دیسک محرک<sup>۴</sup> بود. با استفاده از نتایج شبیه‌سازی و این روش حل تحلیلی، صدای احتراق ناشی از امواج صوتی و امواج انترپوی در خروجی محفظه محاسبه شد. نتایج شبیه‌سازی صدا، تطابق خوبی با نتایج تجربی در فرکانس‌های پایین نشان داد. اورت و همکارانش [۱۴]، در سال ۲۰۱۷، با استفاده از روش ترکیبی، چشمه‌های صدا را در یک مشعل آزمایشگاهی پیش‌آمیخته مدل کردند. روش مورد استفاده آن‌ها در شبیه‌سازی صدای مزاحم روش تصادفی بود. در این روش، ابتدا میدان متوسط سرعت و انتشار حرارت از حل معادلات متوسط‌گیری شده رینولدز<sup>۵</sup> به‌دست آمد و طبق الگوریتم ارائه‌شده توسط مولبائر و اورت [۱۵]، تبدیل به میدان نوسانی و تابع زمان شد. به این مرحله بازسازی چشمه‌های تولیدکننده صدا<sup>۶</sup> گفته می‌شود. سپس، با استفاده از حل معادلات اولر مقدار صدای ناشی از آن در دوردست محاسبه شد. مزیت اصلی این روش هزینه پایین محاسباتی آن نسبت به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مخصوصاً در اعداد رینولدز بالاست. شدت صدا در این روش در فرکانس زیر ۱۰۰۰ با دقت بالایی پیش‌بینی شد.

در بررسی کارهای پیشین مشاهده می‌شود که ارائه روشی برای محاسبه صدای احتراق که از نظر دقت و هزینه بهینه باشد جزو چالش‌های اصلی محققین بوده است. همان‌طور که اشاره شد، استفاده از روش مستقیم در محاسبه صدای احتراق روشی بسیار هزینه‌بر است. در روش ترکیبی نیز متدهای مختلفی برای محاسبه صدای احتراق استفاده شده است. روش‌های حل معادلات اولر، معادلات نوسان اکوستیک یا روش انتگرالی ارائه‌شده توسط ایهم نیازمند حل عددی‌اند و ارائه روشی که ضمن برخورداری از دقت کافی، هزینه کمتری را تحمیل کند همچنان مورد بررسی است. روشی که در کار حاضر پیشنهاد شده است حل تحلیلی معادله لایتهیل است. با توجه به این مزیت که حل تحلیلی نسبت به روش‌های عددی هزینه کمتری از نظر محاسباتی و زمانی دارد، بررسی دقت و تعیین دامنه کاربرد این روش در شعله آزاد غیرپیش‌آمیخته در کار حاضر بررسی خواهد شد و از روش تحلیلی در کنار شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای اندازه‌گیری صدای احتراق استفاده می‌شود. به این منظور، از فرض شعله فشرده در محاسبه صدای احتراق استفاده شده و کارایی آن در تولید پاسخ‌های منطبق با نتایج

- 
1. Two-time correlation
  2. Direct Numerical Simulation (DNS)
  3. Gaussian function
  4. Actuator disk theory
  5. Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (RANS)
  6. Sound source reconstruction algorithm

آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. در استفاده از فرض فشردگی شعله، چشمه‌های صدا از حل جریان احتراقی با شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به دست می‌آید و با فرض شعله به صورت چشمه نقطه‌ای، چشمه صدا به صورت انتگرال روی همه چشمه‌ها نوشته می‌شود. سپس، معادله لایتهیل با استفاده از تابع گرین حل می‌شود و فشار اکوستیک به دست می‌آید. در محاسبه چشمه‌های صدا دو چشمه مربوط به نوسان انتشار حرارت و نوسان ناشی از انبساط مولی در نظر گرفته شده اند. در این مقاله، پس از معرفی معادله لایتهیل در جریان احتراقی، ابتدا عبارت‌های لازم برای دو چشمه صدای احتراقی استخراج می‌شوند. سپس، معادلات جریان واکنشی و مدل به کاررفته برای اندرکنش اغتشاش و واکنش‌ها شرح داده می‌شود. پس از توضیح روش‌های به کاررفته در شبیه‌سازی، نتایج شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و در نهایت نتایج مربوط به شدت صدای محاسبه شده ارائه می‌شود.

## معادلات حاکم و روش حل عددی

در روش قیاس لایتهیل، چشمه‌های تولیدکننده صدا در جریانی در محدوده  $\Omega_F$ ، توسط توزیع چشمه‌های معادل (به لحاظ صوتی)، در محدوده  $\Omega_A$ ، که حاوی سیال ساکن همگن با مشخصات فیزیکی ثابت است، در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، معادلات حاکم در دو بخش معادلات مربوط به قیاس لایتهیل برای محاسبه صدا و محاسبه چشمه‌های صدا در جریان واکنشی ارائه می‌شوند.

## معادلات محاسبه صدای احتراق

به طور کلی، در جریان واکنشی مغشوش، دو نوع مکانیزم تولید صدا وجود دارد. یک مکانیزم به طور مستقیم بر اثر فرایند انتشار حرارت ناپایاست که صدای تولیدشده در این روش صدای مستقیم<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. مکانیزم بعدی بر اثر شتاب‌گیری نقاط داغ (یا ناهمگنی‌های چگالی) در میدان جریان است و صدای ناشی شده از این مکانیزم صدای غیرمستقیم<sup>۲</sup> نامیده می‌شود که در شعله‌های محصور، که در آن‌ها سرعت جریان به دلیل همگرایی محفظه دارای گرادیان است، اهمیت می‌یابد و در شعله‌های آزاد نقشی ندارد [۱۶].

همان طور که در مقدمه گفته شد، در مطالعات زیادی نشان داده شده است که مهم‌ترین دلیل ایجاد صدا در شعله‌های آزاد احتراق نوسان انتشار حرارت است و در گرمایش پایا صدایی تولید نخواهد شد [۱]. اغتشاش جریان باعث تغییر مساحت شعله به صورت ناپایا شده و نرخ انتشار حرارت را تحت تاثیر قرار می‌دهد. حجم گاز داغ با انجام کار مکانیکی بر محیط سرد اطراف خود نوسان‌های فشار صوتی تولید می‌کند که تا خارج از مرزهای شعله منتشر می‌شوند. فشار صوت و در نتیجه شدت آن به نرخ گسترش حجم گاز بستگی دارد. این نوع چشمه‌های صدای مونوپل<sup>۳</sup> نامیده می‌شوند [۱۷].

معادله حاکم بر انتشار صدای ساطع شده از شعله مغشوش معادله موج است. در قیاس لایتهیل برای استخراج معادله موج از معادلات بقا استفاده می‌شود که نحوه استخراج این معادلات در مرجع [۱۸] توضیح داده شده است. معادله نهایی به صورت رابطه (۱) است:

$$\left( \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho u_i u_j - \tau_{ij}) - \frac{\partial^2 \rho_e}{\partial t^2} \quad (1)$$

در این رابطه،  $c_0$  سرعت صوت در محیط اطراف است. داوولینگ این رابطه را برای جریان احتراقی بازنویسی کرده است [۶]. در این رابطه، چگالی افزوده<sup>۴</sup> به شکل  $\rho_e = (\rho - \rho_0) - 1/c_0^2 (p - p_0) = \rho' - p'/c_0^2$  تعریف می‌شود که در دوردست نسبت به

1. Direct noise
2. Entropy noise
3. Monopole
4. Excess density

ناحیه احتراق مقدار آن صفر است. چشمه صوتی چهارقطبی ناشی از  $\rho u_i u_j$  مربوط به جریان مغشوش است و بقیه ترم‌های تولیدکننده صدا عبارت‌اند از:  $-\partial^2 \rho_e / \partial t^2$  و  $-\partial^2 \tau_{ij} / \partial x_j \partial x_i$ . این ترم‌ها چشمه‌های ترموآکوستیک<sup>۱</sup> به‌شمار می‌روند. با استفاده از روابط ترمودینامیکی می‌توان چشمه  $-\partial^2 \rho_e / \partial t^2$  را به فرایندهای ترموفیزیکی و ترموشیمیایی ارتباط داد. معادله نهایی لایتهیل در جریان‌های احتراقی به شکل رابطه (۲) به‌دست می‌آید [۲]:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \quad (2)$$

$$W_1 = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\alpha \rho_0}{c_p \rho} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_n - \left( \frac{\partial h}{\partial \rho} \Big|_{p,Y_m} \right) \times \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial \rho}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_n \right) \right) \right. \\ \left. - \sum_{m=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \nabla \cdot J_n + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]$$

$$W_2 = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (\rho u_i u_j - \tau_{ij})$$

$$W_3 = \frac{1}{c_0^2} \left( \left( 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho c^2} \right) \frac{Dp}{Dt} - \frac{(p - p_0)}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right)$$

$$W_4 = \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_i} (u_i \rho_e)$$

تنها فرضی که در استخراج این معادله به‌کار رفته بزرگ‌بودن فاصله شونده نسبت به چشمه صدا،  $|X|$ ، نسبت به اندازه شعله است و تاثیر تمام فرایندهای جریان واکنشی موثر بر چشمه‌های صدای جریان در آن دیده می‌شود.  $W_1$  چشمه تک‌قطبی صداست و باعث ایجاد صدای احتراق مستقیم بر اثر نوسان حجمی سیال با نوسان فشار بر اثر نوسان انتشار حرارت ناپایا، انبساط ناشی از تولید مول در احتراق، نفوذگونه‌ها، نفوذ حرارت و اتلاف لزجت می‌شود.  $W_2$  چشمه چهارقطبی ایرودینامیکی صداست که در جریان‌های غیراحتراقی نیز وجود دارد و در جریان احتراقی با عدد ماخ پایین صدای آن قابل صرف‌نظر کردن است.  $W_3$  در ناحیه‌هایی قابل توجه است که جریان ناپایایی با چگالی و سرعت صوت متفاوت از محیط وجود داشته باشد. با توجه به اینکه در احتراق آزاد و با در نظر گرفتن گاز ایدئال  $p = p_0$  و  $\rho_0 c_0^2 = \rho c^2$  است، این عبارت در شعله‌های آزاد برابر با صفر خواهد بود. ترم آخر  $W_4$  چشمه صدای با طبیعت دوقطبی و توصیف‌کننده اثر تغییر تکانه بر ناهمگنی‌های چگالی است. با توجه به اینکه موضوع پژوهش حاضر شعله آزاد است، می‌توان با تحلیل ابعادی نشان داد که شدت صدای چشمه‌های دو و چهارقطبی به ترتیب با نسبت  $M^2$  و  $M^4$  نسبت به چشمه تک‌قطبی کمتر است ( $M$  عدد ماخ و در کار حاضر برابر با  $0.123$  است) و اغلب چشمه‌های معادله بالا حذف می‌شوند. به دلیل عدم وجود لایه مرزی، عبارات شامل لزجت ناچیز خواهند بود. همچنین، از پدیده نفوذ آرام در مقابل اغتشاش صرف نظر می‌شود. در نهایت، برای بررسی صدای احتراق، چشمه‌های تک‌قطبی ناشی از نوسان انتشار حرارت و نوسان تولید و تجزیه گونه‌ها در نظر گرفته می‌شود.

در دوردست که طول موج صدای منتشرشده در مقایسه با ضخامت شعله بزرگ‌تر است، شعله به صورت آکوستیکی فشرده به حساب می‌آید؛ یعنی دو چشمه صدا در دو نقطه از شعله، برای ناظری در دوردست، مشابه چشمه صدای متمرکز در یک نقطه است. ضخامت شعله نیز اغلب برابر با جذر سوم حجم مخروط شعله، که در شکل ۱ نشان داده شده است، در نظر گرفته می‌شود [۱۹]. با استفاده از فرض فشردگی شعله، این معادله خطی غیرهمگن موج با چشمه‌های نقطه‌ای، با تابع گرین<sup>۲</sup> قابل حل خواهد بود. بنابراین، پاسخ معادله نوسان فشار به کمک تابع گرین به دست می‌آید.

1. Thermoacoustics  
2. Green's function

$$4\pi|x|(p-p_0)(x,t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int \left[ \frac{\alpha\rho_0}{c_p\rho} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_m - \frac{\partial h}{\partial \rho} \Big|_{p,Y_m} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial \rho}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_m \right) \right) \right] d^3y \quad (3)$$

برای حل این معادله در شعله مغشوش آزاد برخی فرضیات را می‌توان در نظر گرفت. اگر مخلوط گازها ایدئال فرض شود، آنگاه  $(\partial h/\partial Y_m)_{T,p,Y_n}$  برابر با آنتالپی گونه  $m$ ام و  $h_m$ ، و  $\alpha_v$  برابر با  $1/T$  و  $\alpha_v/c_p = (\gamma-1)/a^2$  است. تغییرات  $\gamma$  و سرعت صوت در محدوده شعله تحت تاثیر ناهمگنی‌های دما قرار می‌گیرد و باعث جابه‌جایی و شکست صدا می‌شود، اما همان‌طور که داوولینگ و استرال [۶] پیش‌تر نشان داده‌اند، از این آثار صرف‌نظر می‌شود.

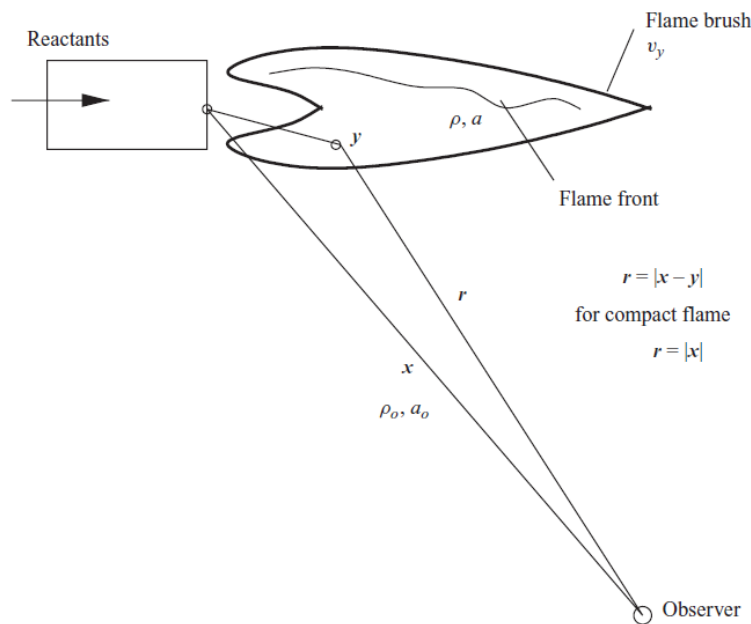


Figure 1- Flame schematic showing the coordinates for acoustic analysis [19]

شکل ۱- طرحواره‌ای از شعله که مختصات آن برای تحلیل صدا را نشان می‌دهد [۱۹]

با فرض  $\gamma$  مستقل از دما، و احتراق در فشار اتمسفر (فرض فشار ثابت)،  $\rho c^2 = \gamma p_0 = \rho_0 c_0^2$  خواهد بود. در نتیجه در

مورد چشمه اول:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \left[ \frac{\alpha\rho_0}{c_p\rho} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial h}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_m \right) \right] d^3y = -\frac{\partial}{\partial t} \int Q_R d^3y = -\frac{\gamma-1}{c_0^2} \frac{d}{dt} \int (\dot{q}) d^3y \quad (4)$$

و در عبارت دوم، با توجه به روابط زیر:

$$\sum_{m=1}^N \frac{\partial \rho}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_m = -\rho \sum_{m=1}^N \frac{MW}{MW_m} \omega_m \quad (5-الف)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \rho} \Big|_{p,Y_n} = \frac{\partial h}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \rho} \Big|_{p,Y_n} = -c_p \frac{T}{\rho} \quad (6-ب)$$

نتیجه می‌شود که:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \left[ \frac{\alpha\rho_0}{c_p\rho} \left( -\frac{\partial h}{\partial \rho} \Big|_{p,Y_m} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\partial \rho}{\partial Y_m} \Big|_{T,p,Y_n} \omega_m \right) \right) \right] d^3y = -\frac{\partial}{\partial t} \int Q_\omega d^3y = \frac{d}{dt} \int \left( \frac{\rho_0}{\rho} (\overline{MW}) \times \left( \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n}{MW_n} \right) \right) d^3y \quad (7-پ)$$

متغیرهای مورد نیاز برای محاسبه چشمه‌های فوق شامل نرخ انتشار حرارت،  $\dot{q}$ ، نرخ تولید و مصرف گونه‌ها،  $\omega_n$ ، چگالی،  $\rho$ ، و وزن مولکولی متوسط،  $MW$ ، از حل دینامیک سیالات محاسباتی جریان واکنشی با مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای اغتشاش و مدل احتراقی PaSR<sup>1</sup> برای اندرکنش اغتشاش و واکنش‌ها به دست می‌آید که در ادامه معادلات حاکم بر آن‌ها توضیح داده می‌شود.

## معادلات حل جریان واکنشی

در شبیه‌سازی جریان در کار حاضر از مدل‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده شده است. معادلات جریان احتراقی شامل معادلات بقای جرم، تکانه و انرژی است که پدیده‌های انتقال جابه‌جایی، نفوذ و واکنش را توصیف می‌کند. در معادلات بقای گونه‌ها جمله چشمه‌ای برای تغییر کسر جرمی گونه‌ها در طی واکنش وجود دارد. با توجه به اینکه تعداد گونه‌ها زیاد و گرادیان‌های دما شدید است، خواص ترمودینامیکی، معادله حالت و مدل‌های استفاده‌شده برای خواص انتقالی باید برای کلیه معادلات جریان اختلاطی مناسب باشد [۲۰]. در مدل‌سازی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES)، پس از در نظر گرفتن تاثیر اغتشاش در معادلات جریان آرام، برای مدل کردن تاثیر گردابه‌های کوچک مقیاس، معادلات فیلتر می‌شوند که منجر به معادلات انتقال برای جرم، گونه‌ها، تکانه، و انرژی به شکل زیر می‌شود [۲۱]:

$$\partial_t \bar{\rho} + \nabla \cdot \bar{\rho} u_i = 0 \quad (8)$$

$$\partial_t \bar{\rho} u_i + \nabla \cdot \bar{\rho} u_i u_j = -\nabla \cdot \bar{p} + \nabla \cdot \tau_{ij} - \bar{\rho} u_i u_j - u_i u_j + \bar{\rho} g \quad (9)$$

$$\partial_t \bar{\rho} Y_k + \nabla \cdot \bar{\rho} u_i Y_k = \nabla \cdot \overline{V_{k,i} Y_k} - \bar{\rho} u_i Y_k - u_i Y_k + \bar{\omega}_k \quad (10)$$

$$\partial_t \bar{\rho} \tilde{E} + \nabla \cdot \bar{\rho} u_i \tilde{E} = \frac{Dp}{Dt} + \nabla \cdot \overline{\lambda \nabla T} - \bar{\rho} u_i E - u_i \tilde{E} + \overline{\tau_{ij} \nabla u_i} - \nabla \cdot \left( \overline{\rho \sum_{i=1}^N V_{k,i} Y_k E_k} \right) + \bar{\omega}_T \quad (11)$$

به طوری که  $\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} u_i \left( \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)$ . در این معادلات،  $\bar{\rho}$ ،  $\tilde{Y}_i$ ،  $u_i$  و  $\tilde{E}$  مقادیر فیلترشده چگالی، کسر جرمی گونه‌ها، بردار سرعت و انرژی کل است. در این مجموعه، معادلات بخش‌های مربوط به زیرشبکه، یعنی تنش رینولدز  $u_i u_j - u_i u_j$ ، شار گونه‌ها  $u_i Y_k - u_i Y_k$  و شار انرژی  $u_i E - u_i \tilde{E}$  و مقادیر فیلترشده شار نفوذ آرام برای گونه‌ها  $\overline{V_{k,i} Y_k}$  و برای انرژی  $\overline{\lambda \nabla T}$ ، و نرخ واکنش فیلترشده  $\bar{\omega}_k$  و عبارت مربوط به سرعت-فشار  $u_i (\partial p / \partial x_i)$  باید مدل شوند. مقادیر فیلترشده شار نفوذ آرام به صورت ضریبی از گرادیان فرض می‌شوند، به طوری که:

$$\overline{V_{k,i} Y_k} = -\bar{\rho} \overline{D_k} \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \quad (12)$$

$$\overline{\lambda \nabla T} = \bar{\lambda} \nabla T \quad (13)$$

و ترم فشار سرعت به شکل  $u_i \partial \bar{p} / \partial x_i$  تخمین زده می‌شود. انرژی کل عبارت است از:  $\tilde{E} = \tilde{h} - \bar{p} / \bar{\rho} + \frac{1}{2} \tilde{u}^2 + k$  که در آن  $\tilde{h} = \sum_i (\tilde{Y}_i h_{i,f}^0) + \sum_i \left( \tilde{Y}_i \int_{T_0}^{\tilde{T}} C_{p,i}(T) dT \right)$  آنتالپی،  $h_{i,f}^0$  آنتالپی تشکیل برای هر گونه،  $C_{p,i}$  ظرفیت حرارتی مخصوص و  $k = 0.5 \left( \tilde{u}^2 - \bar{u}^2 \right)$  انرژی جنبشی زیرشبکه است. فرض شده است که مخلوط گاز ایدئال است (به طوری که  $\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T}$ ) و دارای رابطه خطی برای لزجت، و تحت قانون فوریه برای ضریب هدایت حرارتی و قانون فیک برای نفوذ گونه‌هاست. R ثابت گاز برای

1. Partially Stirred Reactor  
2. Large Eddy Simulation

مخلوط گاز است. لزجت،  $\mu$ ، از قانون ساترلند به دست آمده و ضرایب نفوذ گونه‌ها و حرارت با روابط  $D_k = \mu / Sc_k$  و  $\lambda = \mu / Pr$  مدل شده که  $Sc_k$  و  $Pr$  در آن‌ها به ترتیب عدد اشمیت و عدد پرانتل هستند. برای مدل کردن ترم‌های زیرشبکه مانند تنش رینولدز، از مدل‌های زیرشبکه استفاده می‌شود. مدل زیرشبکه مورد استفاده در کار حاضر مدل تک‌معادله‌ای است که در آن شار تکانه زیرشبکه براساس فرض بوزینسک بیان و لزجت زیرشبکه برحسب انرژی جنبشی زیرشبکه محاسبه می‌شود [۲۲]:

$$\mu_{SGS} = \bar{\rho} C_k \sqrt{k_{SGS}} \Delta \quad (14)$$

$C_k$  ضریب مدل است و مقدار آن  $0.094$  است. مدل تک‌معادله‌ای یک معادله انتقال به شکل زیر برای  $k_{SGS}$  حل می‌کند.

$$\frac{\partial \bar{\rho} k_{SGS}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_i k_{SGS}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (\mu_{SGS} + \mu) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_i} \right) - \rho \tau_{ij} : \bar{S}_{ij} - c_\varepsilon \frac{\rho k_{SGS}^{3/2}}{\Delta} \quad (15)$$

جمله‌های این رابطه به ترتیب از سمت چپ عبارت‌اند از: مشتق زمانی، جابه‌جایی، نفوذ، تولید و اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی در مقیاس زیرشبکه.

در شبیه‌سازی احتراق، مدل‌هایی که برای این عبارات زیرشبکه استفاده می‌شود، نسبت به مدلی که برای مدل کردن نرخ واکنش زیرشبکه به کار می‌رود، کمتر بر جواب‌های نهایی تاثیر دارد [۲۳]. برای مدل کردن نرخ واکنش، از مدل PaSR استفاده شده است [۲۴]. در این مدل احتراقی، هر سلول محاسباتی یک راکتور در نظر گرفته می‌شود که واکنش در کسری از حجم آن رخ می‌دهد. این کسر حجمی از مشخصات اغتشاشی جریان به دست می‌آید. بنابراین، نرخ واکنش در هر سلول عبارت است از:

$$\bar{\omega}_i = \kappa \frac{C_{i,1} - C_{i,0}}{\Delta t} \quad (16)$$

که در آن  $C_{i,1} - C_{i,0} / \Delta t$  از رابطه آرنیوسی برای نرخ واکنش با ضرایبی که در مکانیزم احتراقی مشخص شده است، به دست می‌آید و کسر واکنشی سلول محاسباتی،  $\kappa$ ، عبارت است از:

$$\kappa = \frac{\tau_{chem}}{\tau_{mixing} + \tau_{chem}} \quad (17)$$

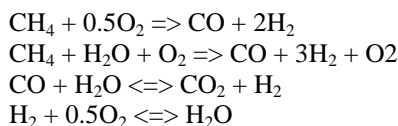
مقیاس زمانی اختلاط،  $\tau_{mixing}$  از متوسط هندسی دو مقیاس زمانی تیلور و کولموگروف محاسبه می‌شود.

$$\tau_{mixing} = \sqrt{k \left( \frac{k}{\varepsilon} \right)^{1/2}} \quad (18)$$

مقیاس زمانی واکنش نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\tau_{chem}} = \max \left\{ \frac{-\dot{\omega}_F}{\rho Y_F}, \frac{-\dot{\omega}_{O_2}}{\rho Y_{O_2}} \right\} \quad (19)$$

سینتیک شیمیایی استفاده شده در شبیه‌سازی، سینتیک کاهش یافته جونز-لینستد<sup>۱</sup> با شش گونه شامل واکنش‌های زیر است [۲۵]:



برای محاسبه کسر مخلوط از رابطه بیلگر [۲۶] استفاده شده است:

$$Z = \frac{2Z_C / W_C + 0.5Z_H / W_H + (Z_{O_2} - Z_O) / W_O}{2Z_{C,1} / W_C + 0.5Z_{H,1} / W_H + Z_{O,2} / W_O} \quad (20)$$

$Z$  کسر جرمی عناصر،  $W$  جرم مولکولی آن‌ها، زیرنویس ۱ برای جریان سوخت و زیرنویس ۲ برای جریان اکسیدکننده است.



در این شبیه‌سازی عدد لویس<sup>۱</sup> برابر یک فرض شده (که در حل شعله‌های مغشوش فرض مناسبی است) و از اثر شناوری نیز صرف‌نظر شده است.

### مشخصات شعله DLR-A

شعله جت ساده DLR-A<sup>۲</sup> با سوخت متان و هیدروژن، رقیق‌شده با نیتروژن، برای این شبیه‌سازی به کار رفته است. این شعله در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گرفته و متغیرهای جریان و صوتی آن اندازه‌گیری و ثبت شده‌اند. در پژوهش حاضر، از داده‌های تجربی کار مهیر و همکارانش [۱۰] برای صحت‌سنجی نتایج جریان شعله مغشوش، و از داده‌های تجربی سینگ و همکارانش [۱۱] به منظور صحت‌سنجی نتایج صدای احتراقی استفاده شده است. ساختار این مشعل غیرپیش‌آمیخته عبارت است از نازلی به قطر  $D_{ref}$  که در تونل باد قرار گرفته است. سرعت سوخت  $U_{ref}$  و سرعت هوا  $10^{-3} \times 7/11$  برابر  $U_{ref}$  است. ترکیب حجمی سوخت شامل ۲۲/۱٪ متان، ۳۳/۲٪ هیدروژن و ۴۴/۷٪ نیتروژن است. کسر مخلوط استوکیومتریک شعله ۰/۱۶۷ است. در گزارش‌های تجربی ناپایداری یا بلندشدن شعله گزارش نشده است. عدد رینولدز، براساس قطر نازل و سرعت و لزجت سوخت، ۱۵۲۰۰، عدد اشمیت برابر با ۰/۴۸۶، عدد ماخ ۰/۱۲۳ و عدد دامکهلر بر مبنای کندترین واکنش (تشکیل آب) ۰/۶۴۴ است. پارامترهای استفاده‌شده در حل عددی در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱- متغیرهای مرجع در شبیه‌سازی شعله جت

Table 1- Reference parameters for the reactive jet simulation

Parameter	Value	Units
$D_{ref}$ (fuel)	$8 \times 10^{-3}$	m
$U_{ref}$ (fuel)	42.2	m/s
$a_{ref}$	344.33	m/s
$\rho_{ref}$ (air)	1.169	kg/m <sup>3</sup>
$\nu_{ref}$ (fuel)	$2.291 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> /s
$\alpha_{ref}$ (fuel)	$4.710 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> /s
$C_{pref}$ (fuel)	1815.73	J/(kgK)

### شبکه‌بندی و روش‌های عددی

تولید هندسه و شبکه‌بندی در نرم‌افزار متن باز اوپن‌فوم<sup>۳</sup> و حل جریان واکنشی در حلگر reactingFoam انجام شده است. میدان حل جریان به صورت یک استوانه سه‌بعدی (شکل ۲) در مختصات کارتزین به ابعاد  $35D_{ref} \times 2\pi \times 120D_{ref}$  (طول-محیط-شعاع) است که به صورت غیریکنواخت و ساختاریافته شبکه‌بندی شده است. راستای شعاعی با ۱۰۸ سلول به صورت نامساوی تقسیم‌بندی شده که ۲۰ سلول آن در شعاع نازل تمرکز یافته است. راستای محیطی به ۴۸ قسمت مساوی تقسیم شده و راستای طولی با ۶۴۰ سلول تقسیم‌بندی شده که در نزدیک نازل ابعاد آن‌ها ریزتر است. تعداد کل سلول‌ها ۳/۳۲ میلیون، و براساس رابطه  $\Delta = \sqrt[3]{V_{cell}}$  برای عرض فیلتر،  $\Delta_{min}$  برابر با  $2/32 \times 10^{-4}$  (در ناحیه برشی نزدیک نازل) و  $\Delta_{max}$  برابر با  $7 \times 10^{-3}$  (در ناحیه خروجی دامنه حل) است. نمودار مربوط به تراکم شبکه در راستاهای مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است. برای گسسته‌سازی زمانی از تقریب مرتبه یک و برای گسسته‌سازی جابه‌جایی از تقریب‌های مرتبه دو و TVD<sup>۴</sup> استفاده

1. Lewis

2. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)

3. OpenFOAM

4. Total Variation Diminishing

شده است. گام زمانی با در نظر داشتن عدد کورانت کمتر از ۰/۵ بین  $2 \times 10^{-6}$  و  $4 \times 10^{-6}$  متغیر بوده است. پروفیل سرعت ورودی بر اساس مقادیر تجربی در شرط مرزی ورودی قرار داده شده و برای تولید اغتشاش در ورودی حل LES، یک نوسان تصادفی با رابطه زیر به ورودی سرعت اعمال شده است:

$$u^n = (1 - \alpha) \times u^{n-1} + \alpha \times (u_{ref} + s \times C_{rms} \times u_{ref}) \quad (21)$$

این شرط مرزی، با افزودن یک مولفه تصادفی به مقدار متوسط، نوسان‌هایی در ورودی تولید می‌کند. در این رابطه،  $u^n$  مقدار در گام زمانی جدید،  $u^{n-1}$  مقدار آن در گام زمانی قبلی و  $u_{ref}$  مقدار مرجع،  $\alpha$  درصدی از مولفه نوسانی جدید که به مقدار گام زمانی قبلی افزوده می‌شود،  $C_{rms}$  ضریب مولفه تصادفی و  $s$  درصد نوسان است.  $s$  با توجه به مقادیر تجربی در ورودی جریان انتخاب شده و  $C_{rms}$  به صورت تصادفی توسط نرم‌افزار محاسبه می‌شود. برای خروجی و اطراف دامنه حل نیز شرط مرزی جاذب صدا به کار رفته است.

مقادیر متوسط و واریانس آن‌ها، که برای صحت‌سنجی حل استفاده شده، با توجه به روابط (۲۲) و (۲۳) از متوسط‌گیری در مدت ۱۰ برابر زمان عبور جریان از دامنه<sup>۱</sup> و متوسط‌گیری برای زاویه محیطی روی سه مقطع  $(z/D=5)$ ،  $(z/D=10)$  و  $(z/D=40)$  که در شکل ۳-ب دیده می‌شود به دست آمده است.

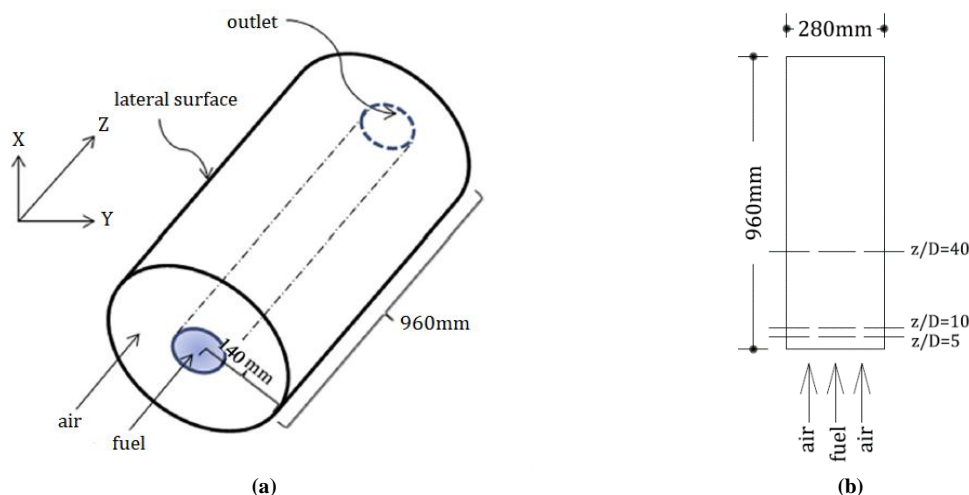


Figure 2- (a) Schematic of the geometry which is used in the flame Large Eddy Simulation, and (b) results extraction planes  
 شکل ۲- (الف) طرحواره هندسه استفاده شده در شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ شعله و (ب) محل مقاطع استخراج نتایج شبیه‌سازی

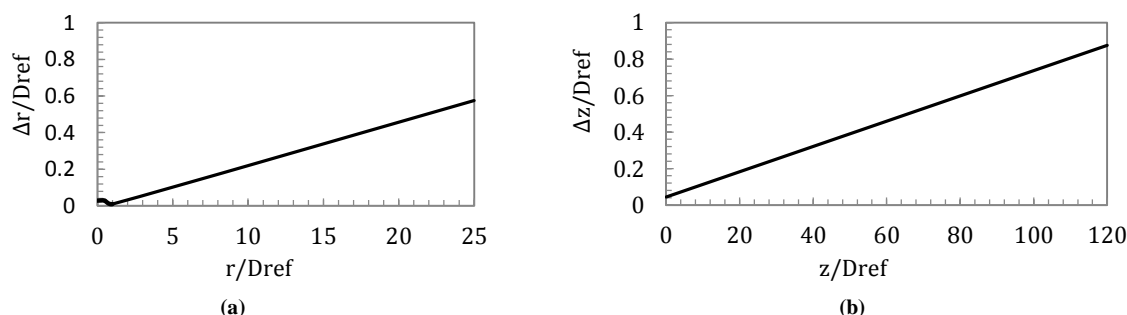


Figure 3- Non-uniform grid stretching diagram: radial direction (a) and axial direction (b)  
 شکل ۳- نمودارهای تراکم شبکه غیریکنواخت در: (الف) راستای شعاعی و (ب) در راستای طولی

#### 1. Ten-flow-through-time

$$\langle \tilde{\psi} \rangle(r, y) = \frac{1}{2\pi T} \int_{\tau}^{\tau+T} \int_0^{2\pi} \tilde{\psi}(r, \varphi, y, \tau) d\varphi d\tau \quad (22)$$

$$\langle \tilde{\psi}^2 \rangle(r, y) = \frac{1}{2\pi T} \int_{\tau}^{\tau+T} \int_0^{2\pi} [\tilde{\psi}(r, \varphi, y, \tau) - \langle \tilde{\psi} \rangle(r, y)]^2 d\varphi d\tau \quad (23)$$

$\langle \tilde{\psi} \rangle$  مقدار متوسط زمانی پارامتر دلخواه  $\tilde{\psi}$  و  $\langle \tilde{\psi}^2 \rangle$  مربع متوسط نوسان‌های مقدار حل شده است. با توجه به استفاده از مدل زیرشبکه، کیفیت شبکه باید به قدر کافی بالا باشد تا مقیاس‌های واکنش و اغتشاش تا حد قابل‌قبولی محاسبه شود و فیزیک مسئله به‌دست آید. برای بررسی این موضوع، چگالی طیفی انرژی اغتشاش<sup>۱</sup> با استفاده از مقادیر سرعت لحظه‌ای در نقطه‌ای داخل ناحیه جریان برشی، در شکل ۴، رسم شده است. در این شکل، نواحی آبشار انرژی، یعنی بزرگ‌مقیاس، تیلور و کوچک‌مقیاس<sup>۲</sup>، قابل مشاهده است و همان‌طور که دیده می‌شود، در ناحیه تیلور شیب نمودار از قانون ۵/۳- کولموگروف پیروی می‌کند.

برای بررسی کیفیت شبکه، با کمیت دمای محوری شعله استقلال از شبکه نیز انجام شده که در شکل ۵ نمایش داده شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، در محاسبات از شبکه ۳/۳ میلیونی استفاده شد.

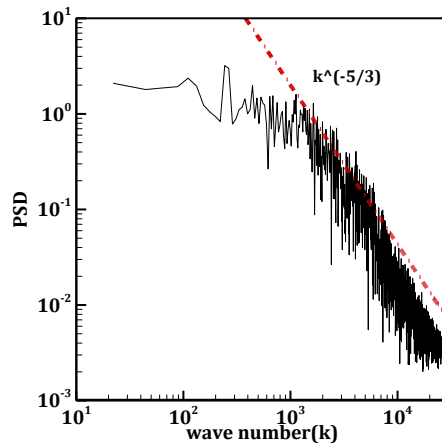
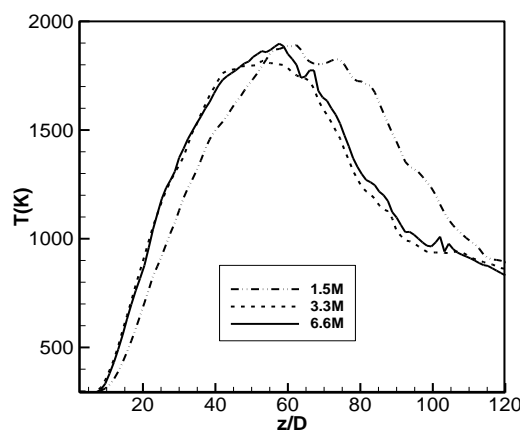


Figure 4- Turbulence power spectral density at  $z/D=16$  and  $r/D=2.21$

شکل ۴- نمودار چگالی طیف انرژی اغتشاش در مقطع روی در نقطه  $z/D=20$  و  $r/D=2.21$



شکل ۵- نتیجه استقلال از شبکه برای دمای محوری

Figure 5- Grid independency with axial temperature

1. Power Spectral Density(PSD)
2. Large scales, Taylor, Small scales

## نتایج حل میدان جریان

در این بخش، نتایج حل جریان در جهت محوری و شعاعی شعله با داده‌های تجربی موجود مقایسه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی با خط پیوسته و نتایج تجربی با نقطه‌های جدا از هم نمایش داده شده است. در شکل ۶، پروفیل سرعت و دمای متوسط به همراه نوسان آن‌ها روی خط محوری شعله نشان داده شده است.

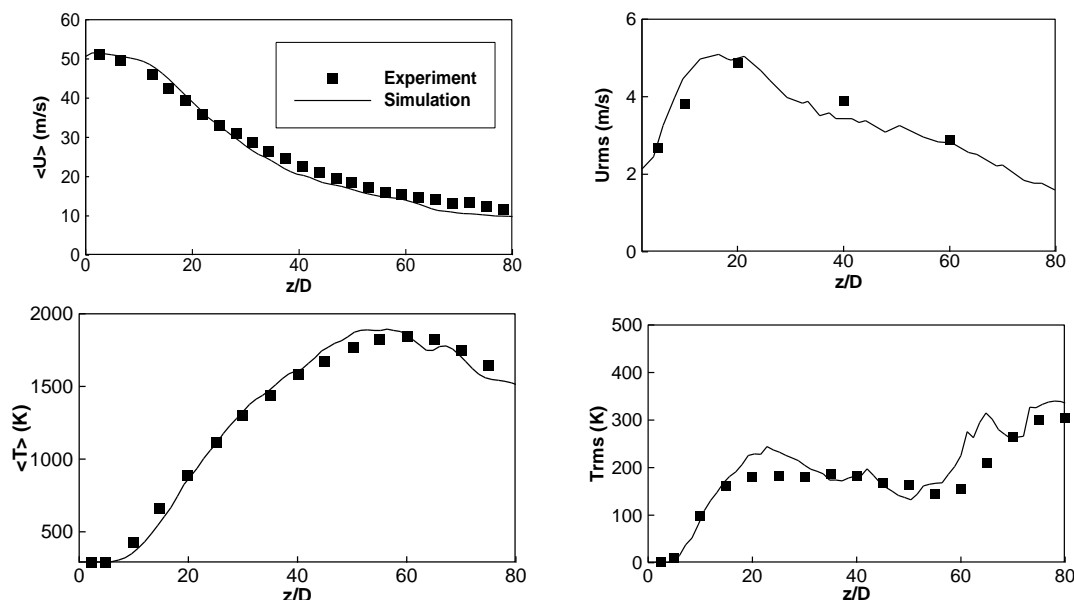


Figure 6- Comparison of measured [10] and calculated mean and rms values of axial velocity and temperature

شکل ۶- مقایسه سرعت و دمای متوسط و نوسانی تجربی [10] و محاسبه‌شده روی خط محوری شعله

به‌طور کلی، مطابقت خوبی بین نتایج محاسبه‌شده و نتایج اندازه‌گیری‌شده تجربی [۱۰] برای مقادیر متوسط و نوسان‌های سرعت و دما روی محور شعله دیده می‌شود.

پروفیل‌های شعاعی سرعت متوسط و نوسان‌های آن‌ها و تنش برشی حل‌شده در دو مقطع نزدیک به نازل در  $z/D = 5$  و  $z/D = 10$  و دور از نازل در  $z/D = 40$  (مقاطع مشخص‌شده شکل ۲) در شکل ۷ نشان داده شده است. مقادیر متوسط مطابقت قابل‌قبولی با نتایج تجربی دارند. نوسان سرعت و تنش برشی حل‌شده در نزدیکی نازل کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی شده است. دو دلیل برای این موضوع وجود دارد. ابتدا اینکه در جریان جت در نزدیکی نازل شدت اغتشاش بسیار بالاست و گردابه‌های کوچک‌مقیاس از مرتبه کولموگروف تعیین‌کننده نوسان‌های سرعت‌اند. بنابراین، به ابعاد شبکه ریزتری برای پیش‌بینی مقدار صحیح نوسان سرعت نیاز است که هزینه‌های محاسبات را خیلی زیاد می‌کند. علت دیگر نوع شرط مرزی ورودی است که به‌صورت نوسان تصادفی وابسته به زمان برای سرعت تعریف شده است. در صورت استفاده از شرط مرزی ورودی، که به فیزیک ورودی سوخت نزدیک‌تر باشد، تنش رینولدز به‌دست‌آمده مقدار دقیق‌تری خواهد داشت. در شرایطی که از شرط مرزی تصادفی استفاده می‌شود، همبستگی بین ساختارهای اغتشاش در ورودی سوخت وجود ندارد و پس از حل شدن بخشی از میدان، اغتشاش به حالت فیزیکی خود نزدیک می‌شود. همان‌طور که در نمودارها نیز دیده می‌شود، با دور شدن از نازل و کاهش شدت اغتشاش نوسان سرعت و تنش برشی به‌طور قابل‌قبولی محاسبه شده‌اند و مقدار حداکثر تنش برشی با مقدار تجربی تطابق دارد.

پروفیل‌های شعاعی دمای متوسط و نوسان آن نیز در دو مقطع مشخص‌شده در شکل ۸ نشان داده شده است. در مقطع نزدیک به نازل، علی‌رغم پیش‌بینی صحیح نقطه حداکثر دما، دیده می‌شود که مقدار دما در این نقطه حدود ۲۰۰ کلوین بیشتر

از مقدار تجربی پیش‌بینی شده است. این خطا می‌تواند به‌خاطر صرف‌نظر کردن از تشعشع باشد. همانطور که در کارهای قبلی نشان داده شده است که در شعله‌های آزاد در نظر گرفتن تشعشع باعث کاهش دمای شبیه‌سازی به میزان ۱۰۰ تا ۱۵۰ کلوین می‌شود، اما تاثیر چندانی بر توزیع گونه‌های اصلی ندارد [۹]. به‌غیر از بحث تشعشع، پروفیل دما در مقطع نزدیک نازل نشان می‌دهد که ضخامت ناحیه واکنش بیشتر از مقدار واقعی شبیه‌سازی شده است. همان‌طور که گفته شد، در نزدیکی نازل گردابه‌هایی از مرتبه کولموگروف حاکم بر جریان‌اند و برای محاسبه دقیق انرژی جنبشی اغتشاش به شبکه بسیار ریز نیاز است. در شبکه درشت‌تر مقدار انرژی جنبشی اغتشاش کمتر پیش‌بینی می‌شود و این امر منجر به محاسبه مقیاس زمانی اختلاط کوچک‌تری در هر راکتور در مدل احتراقی PASR خواهد شد. این کاهش در پیش‌بینی مقیاس زمانی باعث افزایش کسر واکنشی سلول محاسباتی،  $K$ ، و در نتیجه نرخ واکنش محاسبه‌شده در راکتور و به‌دست‌آمدن دمای بیشتر از معادله انرژی خواهد شد. با دور شدن از نازل دیده می‌شود که دمای متوسط به‌خوبی با نتایج تجربی همخوانی پیدا می‌کند. نوسان‌های دما در هر سه مقطع با دقت قابل‌قبولی پیش‌بینی شده‌اند.

مقایسه کسر جرمی گونه‌های  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  با نتایج تجربی نیز در شکل ۹ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی به‌خصوص در مقطع  $x/D=40$  مطابقت قابل‌قبولی دارند.

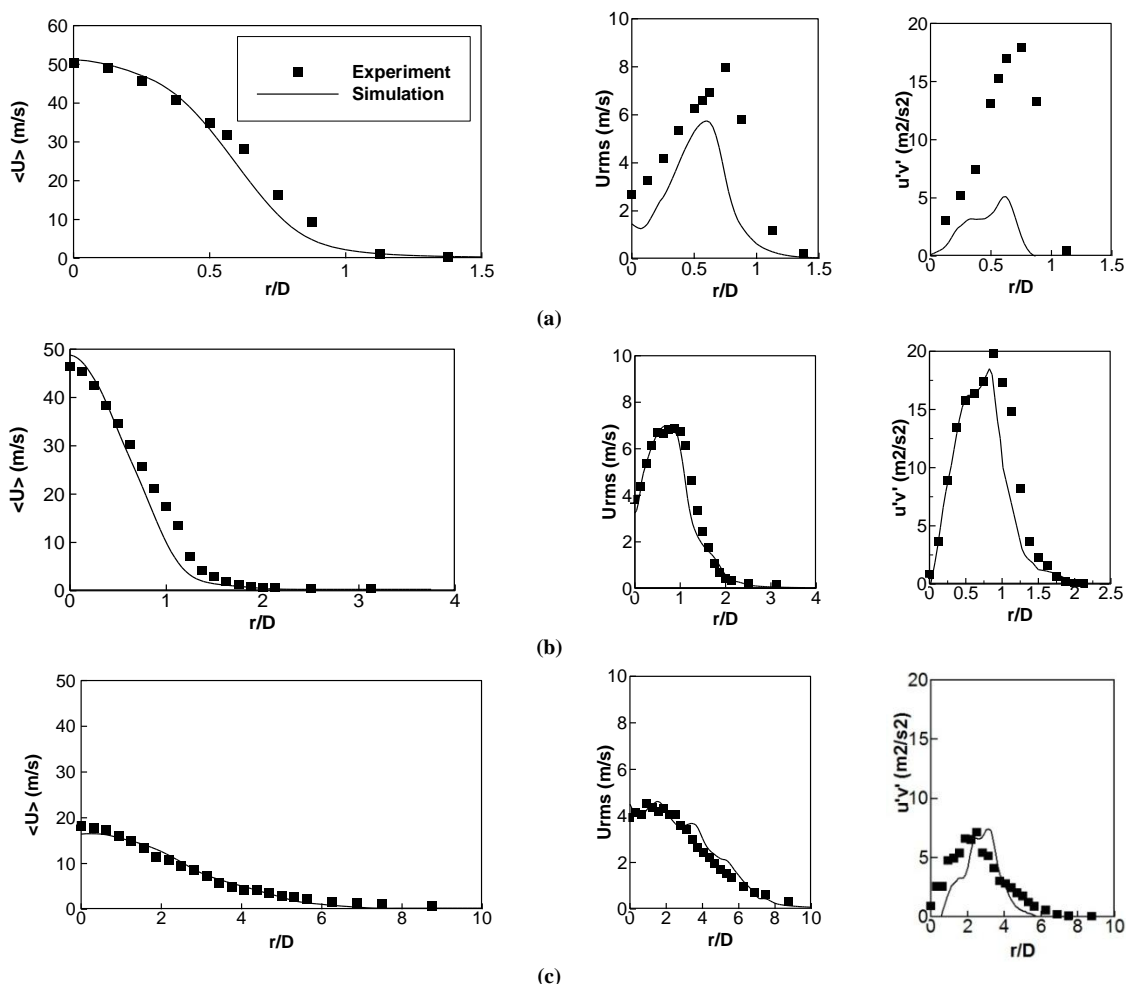


Figure 7- Comparison of measured [10] and calculated mean and rms values of velocity and resolved stress at (a)  $z/D=5$ , (b)  $z/D=10$  and (c)  $z/D=40$

شکل ۷- مقایسه سرعت متوسط و نوسانی و تنش برشی تجربی [۱۰] و محاسبه‌شده در سه مقطع: (الف)  $z/D=5$ ، (ب)  $z/D=10$  و (پ)  $z/D=40$

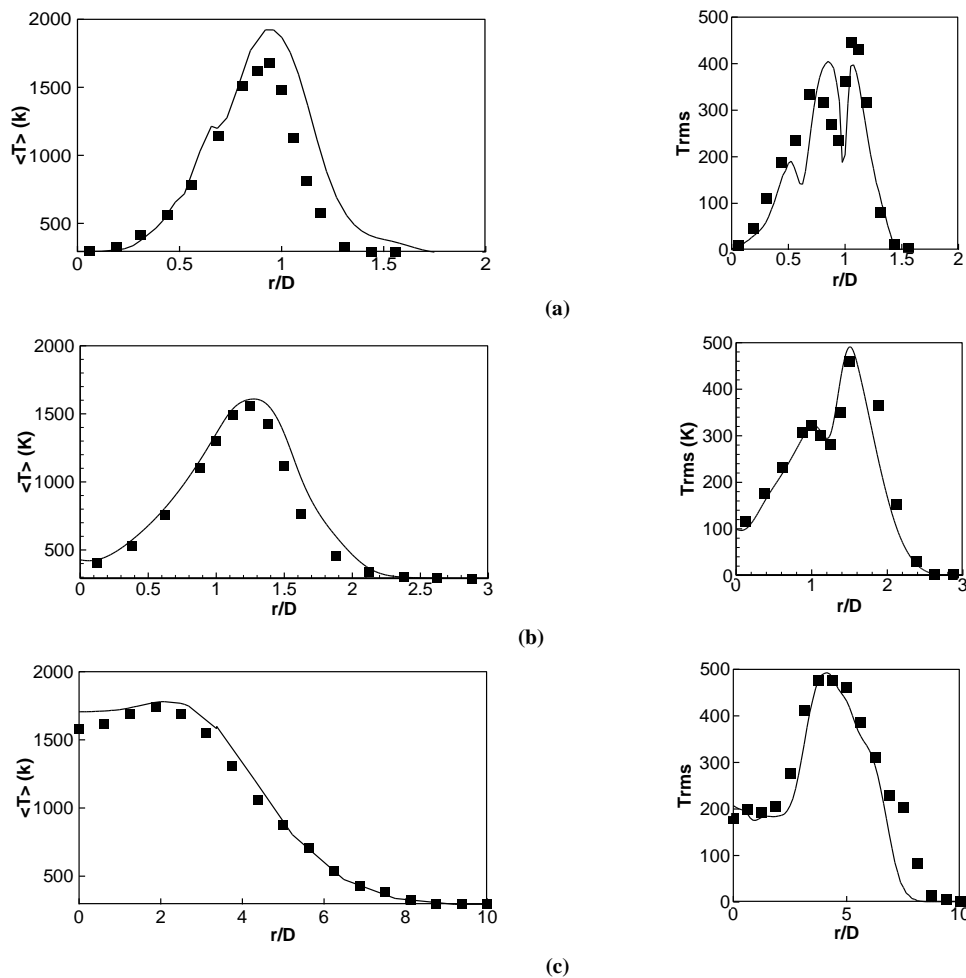


Figure 8- Comparison of measured [10] and calculated mean and rms values temperature of at (a)  $z/D=5$ , (b)  $z/D=10$  and (c)  $z/D=40$   
 شکل ۸- مقایسه دمای متوسط و نوسانی تجربی [۱۰] و محاسبه شده در سه مقطع: (الف)  $z/D=5$  (ب)  $z/D=10$  و (پ)  $z/D=40$

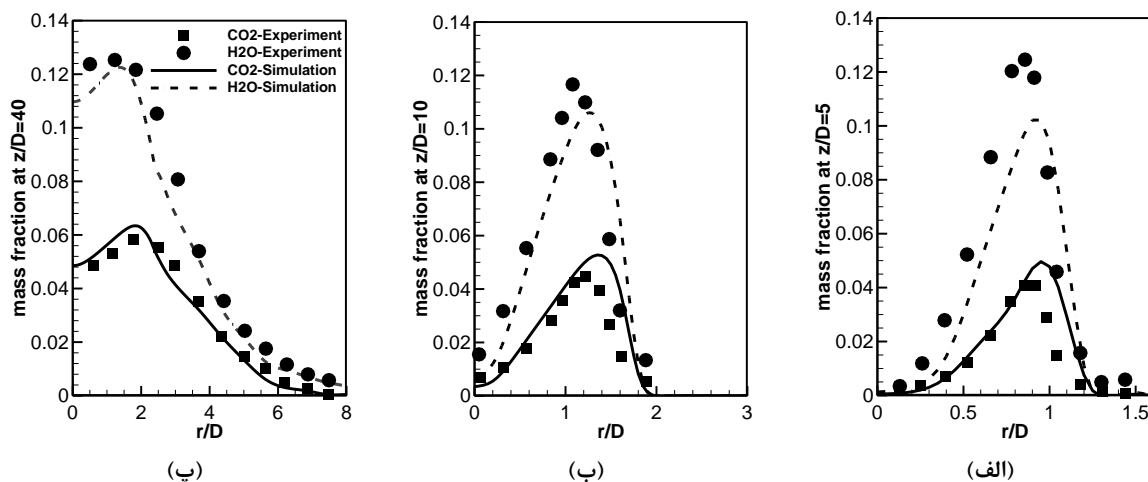


Figure 9- Comparison of measured [10] and calculated mean and rms values of CO2 and H2O mass fraction at (a)  $z/D=5$ , (b)  $z/D=10$  and (c)  $z/D=40$

شکل ۹- مقایسه کسر جرمی متوسط گونه‌های CO2 و H2O تجربی [۱۰] و محاسبه شده در سه مقطع: (الف)  $z/D=5$  (ب)  $z/D=10$  و (پ)  $z/D=40$

## نتایج صدای احتراق

در این بخش، نتایجی که برای صدای احتراق به دست آمده است ارائه می‌شود. نوسان‌های فشار در دوردست نسبت به شعله، از دو چشمه صدا ناشی از نوسان‌های انتشار حرارت و نوسان‌های تولید و مصرف گونه‌ها به دست آمده است. نمونه‌برداری با در نظر گرفتن قاعده نایکوئست-شانون<sup>۱</sup>، در فواصل زمانی  $10^{-5}$  ثانیه انجام گرفته است. از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ ۱۰۲۴ داده برداشت شده که زمان کلی نمونه‌برداری برابر با  $0.1024$  ثانیه می‌شود. بنابراین، فرکانس پهنای باند نمونه‌برداری بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰۰ قرار می‌گیرد. برای محاسبات اکوستیک، از کدی که در نرم‌افزار متلب نوشته شد استفاده شد. چون دامنه تغییر شدت صدا بسیار زیاد است از واحد دسی‌بل برای نشان دادن مقدار آن استفاده می‌شود [۲۷]:

$$OASPL(dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{\langle p'p' \rangle}{p_0^2} \right) \quad (24)$$

در این رابطه،  $p_0$  برابر با  $2 \times 10^{-5}$  پاسکال است.  $p'$  نیز از حل تحلیلی معادله لایتهیل به دست می‌آید و با تبدیل فوریه به فضای فرکانسی برده شده و شدت توان طیفی آن محاسبه می‌شود.

از آنجا که فرکانس و دامنه امواج صوتی تولیدشده به چشمه تولیدکننده آن و مشخصات و مرزهای ماده‌ای، که موج صوتی در آن انتشار می‌یابد، بستگی دارد [۲۸] و همچنین میدان صدای منتشرشده توسط یک چشمه منحصربه‌فرد است [۱۶]، مشخصات چشمه‌های صدا می‌تواند معیار مناسبی برای بررسی فشار اکوستیک تولیدشده از آن باشد. طیف چشمه‌های صدا (انتگرال مقادارهای  $Q_w$  و  $Q_R$  در حجم شعله) در فضای فرکانسی به صورت نرمال شده در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در این نمودارها مشاهده می‌شود که در جریان احتراقی، صدای غالب بر اثر پدیده‌های با فرکانس پایین (مقیاس زمانی بزرگ) است که چشمه‌های صدایی با فرکانس پایین و در محدوده کمتر از ۱۵۰۰ هرتز برای نوسان انتشار حرارت و کمتر از ۲۰۰۰ هرتز برای نوسان تولید و مصرف گونه‌ها، ایجاد می‌کند. این موضوع با یافته‌های پژوهش‌های پیشین نیز همخوانی دارد که صدای احتراق در محدوده فرکانس‌های پایین غالب است.

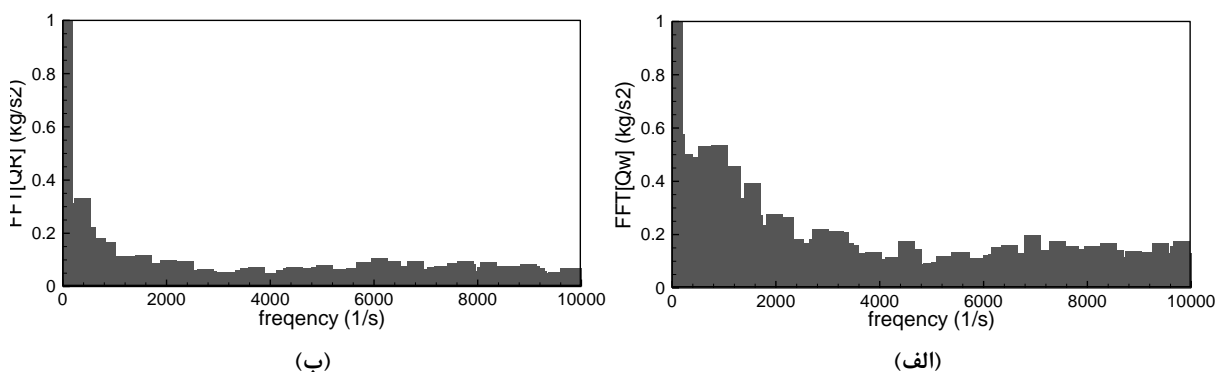


Figure 10- Spectrum of combustion noise source terms: (a)  $Q_w$  and (b)  $Q_R$

شکل ۱۰- طیف فرکانسی چشمه‌های صدای احتراق: (الف)  $Q_w$  و (ب)  $Q_R$

در شکل ۱۱، کانتور کسر مخلوط شعله دیده می‌شود که در آن کسر مخلوط استوکیومتریک هم مشخص شده است. همچنین،  $Q_w (kgm^{-3}s^{-2})$  و  $Q_R (kgm^{-3}s^{-2})$  به صورت بزرگ‌نمایی شده برای بخشی از شعله به همراه کسر مخلوط استوکیومتری نشان داده شده است. در کانتورهای مربوط به چشمه‌های صدا، قابل مشاهده است که هردو چشمه صدا در ناحیه‌ای که در آنجا کسر مخلوط مقدار استوکیومتریک خود را دارد، یعنی ناحیه تشکیل بیشترین واکنش‌ها و بالاترین نرخ واکنش و دما، قرار دارند.

1. Nyquist-Shannon sampling theorem

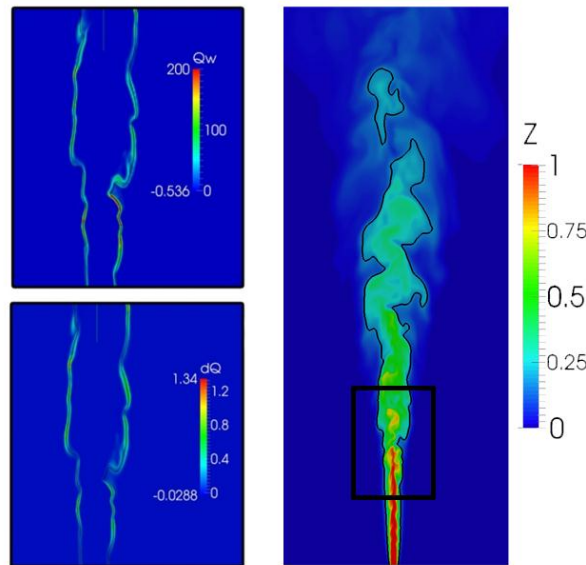


Figure 11- Instantaneous counter of mixture fraction and noise generator parameters  
 شکل ۱۱- کانتور آنی کسر مخلوط به همراه پارامترهای موثر بر ایجاد صدای جریان

در نهایت، برای بررسی دقت پاسخها، مقایسه بین طیف صدای شبیه‌سازی شده و نتایج تجربی در  $r/D=50$  و  $z/D=0$  برای هر یک از چشمه‌ها در شکل ۱۲ انجام شده است. در این نمودار، این نکات قابل توجه‌اند: نوسان انتشار حرارت عامل اصلی صدای احتراق است و تولید و مصرف گونه‌ها نقش بسیار ناچیزی در شدت صدای احتراق دارد؛ پدیده‌های مولد هر دو نوع چشمه صدای احتراقی فرکانس‌های پایین دارند و در نتیجه صدای منتشر شده نیز در این محدوده قرار گرفته است.

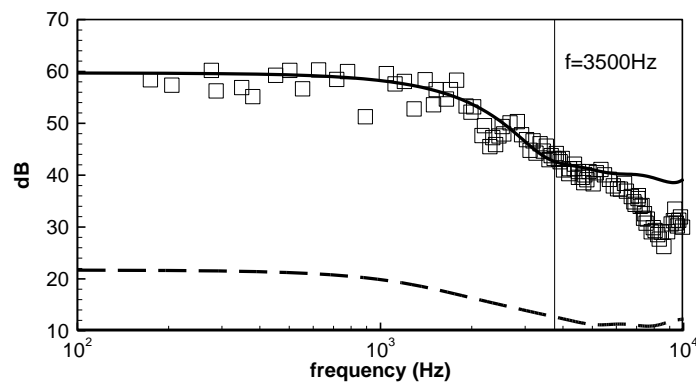


Figure 12- Comparison of calculated and measured sound decibel  
 شکل ۱۲- نمودار مقایسه دسی‌بل شدت صدای شبیه‌سازی شده با مقادیر تجربی

طیف صدای ناشی از نوسان انتشار حرارت در نواحی فرکانس پایین و متوسط (کمتر از ۵۰۰۰ هرتز) به خوبی با نتایج تجربی تطبیق دارد. در ناحیه فرکانس بیشتر از ۵۰۰۰ هرتز خطای محاسبات ایجاد شده است و مقدار شدت صدا بیشتر از مقدار واقعی به دست آمده است. این عدم تطابق می‌تواند به دلیل استفاده از فرض فشردگی برای شعله باشد. با محاسبه حجم شعله با استفاده از کانتور کسر مخلوط استوکیومتری، مقدار آن در حدود  $0.001 m^3$  و در نتیجه ضخامت اکوستیکی طول شعله برابر با  $0.1$  متر به دست می‌آید. فرکانس مربوطه این طول موج برابر است با:

$$f = c_0/\lambda = 343.33/0.1 \approx 3500Hz$$



بنابراین، امواجی که در این روش محاسبه می‌شوند در محدوده‌ای قابل قبول خواهند بود که طول موج آن‌ها بیشتر از ۰/۱ متر و فرکانس آن‌ها کمتر از ۳۵۰۰ هرتز باشد. همان‌طور که در پژوهش‌های پیشین اشاره شده و در شکل ۱۰ نیز نشان داده شده است، پدیده‌های غالب تولیدکننده صدای احتراق در محدوده فرکانس پایین قرار دارند و صداهای فرکانس بالا چندان در شدت صدای احتراق نقش ندارند. بنابراین، نتایج نشان‌گر این است که این روش شبیه‌سازی، با صرف هزینه محاسباتی کمتر نسبت به روش‌های عددی، در فرکانس‌های پایین از دقت کافی برخوردار بوده و برای بررسی صدای احتراق مناسب است.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، چشمه‌های صدای ناشی از احتراق با یک روش ترکیبی از دینامیک سیالات محاسباتی و حل تحلیلی به کمک تابع گرین به دست آمد. در بخش شبیه‌سازی، از مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و یک مدل احتراقی نرخ محدود با فرمول‌بندی مدل PaSR در یک هندسه سه‌بعدی با ۳/۳ میلیون سلول استفاده شد. در بخش تحلیلی نیز، معادله لایتهیل به کار رفت که در کارهای پیشین نشان‌دهنده برای پیش‌بینی صدای احتراق کارآمد است. در روش تحلیلی به کاررفته در پژوهش حاضر، نیازی به نگاشت داده‌ها از میدان شبیه‌سازی عددی به میدان اکوستیک و حل معادله لایتهیل نیست، بلکه با استفاده از فرض شعله فشرده و اعمال تابع گرین، نوسان‌های فشار اکوستیک به دست می‌آید. به این ترتیب که داده‌های مورد نیاز از حل عددی در یک بازه زمانی برداشت می‌شود. سپس، چشمه معادله لایتهیل به صورت انتگرال روی همه چشمه‌ها نوشته شده و با اعمال ضرایب و مشتق‌گیری زمانی صدای احتراق از آن استخراج می‌شود. در فرکانس‌های بالا نتایج محاسبه‌شده نتایج تجربی را دنبال نمی‌کند و می‌باید فرکانس‌های بالاتر فیلتر و از امواج صدایی با طول موج بیشتر از مقیاس طول اکوستیکی شعله صرف‌نظر شود. اما، علاوه بر این، نشان داده شد دامنه صدای احتراق در فرکانس‌های پایین چشمگیر است و در فرکانس‌های بالا مقدار آن بسیار کم و قابل صرف‌نظر کردن است. در نتیجه، استخراج پاسخ‌ها در دامنه مورد نیاز، هم‌زمان با کاهش هزینه محاسبه صدا، این روش را ارزشمند و کاربردی می‌سازد.

## منابع

1. A. Dowling and J. Williams, *Sound and sources of sound*, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 1983.
2. A. P. Dowling and Y. Mahmoudi, "Combustion noise," *Proceeding of Combustion Institute*, 35, No. 1, 2014, pp. 65-100.
3. W. Layton and A. Novotný, "On Lighthill's acoustic analogy for low Mach number flows," *New directions in mathematical fluid mechanics*, Basel, Birkhäuser, Switzerland, 2010, pp. 247-279.
4. F. Farassat, M. J. Doty and C. A. Hunter, "The Acoustic Analogy-A Powerful Tool in Aeroacoustics with Emphasis on Jet Noise Prediction," *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Manchester, pp. 2872-2888, 2004.
5. C. F. Silva, M. Leyko, F. Nicoud, and S. Moreau, "Assessment of combustion noise in a premixed swirled combustor via Large-Eddy Simulation," *Computers & Fluids*, 78, No. 33, 2013, pp. 1-9.
6. D. G. Crighton, A. P. Dowling, J. E. F. Williams, M. Heckl, and F. G. Leppington, *Modern methods in analytical acoustics lecture notes*, Springer-Verlag Berlin, 1992.
7. E. Manoha, S. Redonnet and S. Caro "Computational Aeroacoustics," *Encyclopedia of Aerospace Engineering*, John Wiley & Sons, pp. 1-16, 2010.
8. A. Haghiri, M. J. Brear, M. Talei, E. R. Hawkes, and C. Jime, "Sound generation by premixed flame annihilation with full and simple chemistry," *Proceedings of the Combustion Institute*, 35, No. 3, 2015, pp. 3317-3325.
9. M. Ihme and H. Pitsch, "On the generation of direct combustion noise in turbulent non-premixed flames," *International Journal of Aeroacoustics*, 11, No. 1, 2012, pp. 25-78.
10. W. Meier, R. S. Barlow, Y. L. Chen, J. Y. Chen, "Raman / Rayleigh / LIF Measurements in a Turbulent CH<sub>4</sub>/H<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> Jet Diffusion Flame: Experimental Techniques and Turbulence-Chemistry Interaction," *Combustion and Flame*, 123, 2000, pp. 326-343.
11. K. K. Singh, S. H. Frankel, and J. P. Gore, "Study of Spectral Noise Emissions from Standard Turbulent Nonpremixed Flames," *AIAA journal*, 42, No. 5, pp. 931-936, 2004.
12. Y. Liu, "Two-time correlation of heat release rate and spectrum of combustion noise from turbulent premixed flames," *Journal of Sound and Vibration*, 353, 2015, pp. 119-134.
13. T. Livebardon, S. Moreau, L. Gicquel, T. Poinsot, and E. Bouty, "Combining LES of combustion chamber and an actuator disk theory to predict combustion noise in a helicopter engine," *Combustion and Flame*, 165, 2016, pp. 272-287.

14. R. Ewert, B. Noll, F. Grimm, and M. Aigner, "Modelling of combustion acoustics sources and their dynamics in the PRECCINSTA burner test case," *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 9, No. 4, 2017, pp. 330-348.
15. B. Muhlbauer, B. Noll, R. Ewert, O. Kornow, and A. Manfred, "Numerical RANS/URANS simulation of combustion noise," in *Combustion Noise*, A. Schwarz and J. Janicka, Eds. Springer, 2008, pp. 2-31.
16. N. Swaminathan, G. Xu, A. P. Dowling, and R. Balachandran, "Prediction of Sound Emission from Open Turbulent Premixed Flames," *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf.*, Stockholm, Sweden, 2010.
17. A. H. Lefebvre and D. R. Ballal., *Gas turbine combustion: alternative fuels and emissions*, CRC press, New York, USA, 2010.
18. T. Bui, M. Ihme, M. Meinke, W. Schroeder, and H. Pitsch, "Numerical Investigation of Combustion Noise and Sound Source Mechanisms in a Non-Premixed Flame Using LES and APE-RF," *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf.*, Rome, Italy, (28th AIAA Aeroacoustics Conf.), 2007.
19. N. Swaminathan, G. Xu, A. P. Dowling, and R. Balachandran, "Heat release rate correlation and combustion noise in premixed flames," *Journal of Fluid Mechanics*, 681, 2011, pp. 80-115.
20. T. Poinsot and D. Veynante, "Theoretical and Numerical Combustion," *Combustion and Flame*, 124, 2001, pp. 534-558.
21. V. Sabelnikov and C. Fureby, "Extended LES-PaSR Model for Simulation of Turbulent Combustion," *Progress in Propulsion Physics*, 4, 2013, pp. 539-568.
22. T. J. Poinsot and D. P. Veynante, *Theoretical and numerical combustion*, RT Edwards, Philadelphia, PA, 2005.
23. H. Pitsch, *Modeling Turbulent Combustion*, CEFRC Combustion Summer School, New Jersey, USA, 2014.
24. D. Christ, "Simulating the combustion of gaseous fuels." *6th OpenFoam Workshop Training Session.*, Pennsylvania State University, USA, 2011.
25. J. Bibrzycki and T. Poinsot, "Reduced chemical kinetic mechanisms for methane combustion in O<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> and O<sub>2</sub>/CO<sub>2</sub> atmosphere." *Working note ECCOMET WN/CFD/10*, 2010.
26. R. W. Bilger, S. H. Starner, and R. J. Kee, "On reduced mechanisms for methane-air combustion in nonpremixed flames," *Combustion and Flame*, 80, No. 2, 1990, pp. 135-149.
27. S. W. Rienstra and A. Hirschberg, *An Introduction to Acoustics*, Eindhoven University of Technology, 2016.
28. F. Jacobsen and P. Juhl, *Fundamentals of general linear acoustics*, John Wiley & Sons, West Sussex, UK, 2013.

## Noise calculation in a turbulent non-premixed flame using a hybrid analytical-LES method

**Faezeh Ehsaniderakhshan<sup>1</sup>, Kiumars Mazaheri<sup>2\*</sup> and Yasser Mahmoudi<sup>3</sup>**

1- PhD Candidate, Mechanical Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, TarbiatModares University, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Queen's University, Belfast, Ireland.

\*Corresponding Author

(Received: 2018.12.16, Received in revised form: 2019.1.13, Accepted: 2019.1.14)

In the present work, the noise of a turbulent non-premixed free flame is calculated. A Hybrid method with Lighthill analogy along with a CFD simulation is used to evaluate combustion noise. In this way, the reactive flow equations are solved by the Large Eddy Simulation and Partially Stirred Reactor model to simulate the interaction of turbulence and reaction. Then the combustion noise source terms including heat release fluctuation and non-isomolar combustion are extracted and used as the sources of Lighthill analogy. The assumption of the compact flame is applied to the Lighthill equation and the Green function is used to calculate far-field pressure fluctuations. It was shown that in low and medium frequency sound pressure level is in a good agreement with experimental data. By the way at the high frequencies the pressure level does not follow the experimental data. This discrepancy can be related to the compact flame assumption used in analytical solution. The results show that this analytical method can produce acceptable results with a low computational cost. Also, the noise emitted by the non-isomolar fluctuations is negligible against that of heat release fluctuations and can be ignored.

**Keywords:** Combustion Noise, Large Eddy Simulation, Lighthill Analogy, Turbulent Flam