

پیش‌بینی محدوده عدد پرانتل آشفته در احتراق متان-هوا با استفاده از مدل‌های مرتبه دوم شار اسکالر آشفته

علی ارشادی^۱ و مهران رجبی زرگرآبادی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، a.ershadi@semnan.ac.ir

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، rajabi@semnan.ac.ir

* نویسنده مخاطب

(تاریخ دریافت: ۹۷/۴/۹، دریافت آخرین اصلاحات: ۹۷/۱۰/۱۷، پذیرش: ۹۷/۱۰/۲۶)

چکیده: هدف اصلی در تحقیق پیش‌رو تخمین عدد پرانتل آشفته در احتراق غیرپیش‌مخلوط متان-هواست. در این راستا، یک جریان احتراقی آشفته غیرپیش‌مخلوط در شرایط استوکیومتری، با استفاده از معادلات متوسط‌گیری شده رینولدز (RANS)، به صورت عددی مورد تحلیل قرار گرفته است. برای مدل‌سازی تشعشع و آشفته‌گی جریان به ترتیب مدل‌های جهات گسسته (DO) و $k-\epsilon$ ریلایزبل اعمال شده‌اند. همچنین، برای مدل‌سازی احتراق آشفته از سه مدل اضمحلال گردابه‌ای (EDM)، اضمحلال گردابه‌ای مفهومی (EDC) و تابع چگالی احتمال (PDF) استفاده شده است. به همراه مدل EDM و EDC، مدل مرتبه دوم جبری GGDH و مرتبه بالای آن، یعنی HOGGDH، به همراه مدل پخش گردابه‌ای ساده برای جمله شار حرارتی آشفته در معادله انرژی اعمال شده است. مقایسه نتایج عددی مدل SED با فرض پرانتل آشفته ۰/۸۵ و مدل‌های مرتبه دوم با مقادیر تجربی موجود نشان می‌دهد که اعمال مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته به طور محسوسی منجر به اصلاح پیش‌بینی توزیع دما در محفظه احتراق می‌شود. همچنین، توزیع NO به دست آمده از مدل‌های مرتبه دوم مطابقت خوبی با مقادیر تجربی موجود دارد. براساس نتایج به دست آمده، در جریان احتراقی مقاله حاضر، مدل GGDH دارای دقت بالاتری نسبت به مدل HOGGDH در پیش‌بینی دما و NO است. محاسبه عدد پرانتل آشفته در محفظه احتراق مورد بررسی نشان می‌دهد که فرض عدد پرانتل ۰/۸۵ دور از واقعیت بوده و براساس مدل GGDH، عدد پرانتل آشفته در نواحی مختلف از ۰/۲۵ تا ۱/۳ متغیر است. در نهایت عدد پرانتل آشفته ۰/۴۵ برای جریان احتراقی این پژوهش پیشنهاد شده است.

کلیدواژگان: مدل‌سازی احتراق، عدد پرانتل آشفته، مدل مرتبه دوم؛ شار حرارتی آشفته

مقدمه

جریان‌های واکنشی (احتراقی) آشفته دارای کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف نظیر مصارف خانگی، نظامی و موارد صنعتی‌اند. در یک تعریف کلی احتراق مغشوش را می‌توان تغییر شکل پیوسته جبهه محلی شعله دانست. این تغییر شکل توسط گردابه‌های توزیع شده در دامنه‌های مختلف مقیاس‌های زمانی و مکانی به وجود می‌آید [۱]. به طور کلی، پیش‌بینی دقیق میدان‌های اسکالر و برداری در احتراق مغشوش بسیار چالش‌برانگیز بوده و نیازمند حل سه بعدی و غیرپایای میدان جریان واکنشی مغشوش است.

با توجه به کاربرد وسیع احتراق آشفته سوخت گازی، پژوهش‌های فراوانی مبتنی بر روش‌های آزمایشگاهی و عددی انجام شده است. استفاده از جریان چرخشی [۲]، رقیق‌سازی [۳]، هوادهمی در مجرای سوخت [۴] و همچنین استفاده از جت‌های پایدارکننده [۵] از جمله موارد تحقیقاتی در این جریان‌ها هستند. در بیشتر شبیه‌سازی‌های عددی، مدل‌سازی آشفته‌گی جریان با

استفاده از روش معادلات متوسط‌گیری رینولدز (RANS)^۱ انجام شده است. برخی از پژوهش‌ها نیز در راستای توسعه و همچنین افزایش دقت مدل‌های آشفتگی انجام شده‌اند. فانگ و همکاران [۶] اثر نوسان نرخ واکنش‌ها را بر تولید NO در یک محفظه احتراق چرخشی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در مدل‌سازی عددی خود، نوسانات نرخ واکنش و گونه‌ها ($\overline{K^*Y^*}$) را با استفاده از مدل‌های مرتبه دوم تخمین زده و نتایج به‌دست‌آمده را با نتایج آزمایشگاهی موجود [۷] مقایسه کردند. در نهایت نشان دادند که نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های مرتبه دوم نرخ واکنش مطابقت بیشتری با مقادیر تجربی دارد. لو و همکاران [۸] یک مدل مرتبه دوم دینامیکی برای مدل‌سازی نوسان‌های ضریب نرخ واکنش به‌کار بردند. مدل ارائه‌شده توسط آن‌ها قابلیت استفاده برای شعله‌های گازی پیش‌مخلوط و غیرپیش‌مخلوط را دارد. آن‌ها نشان دادند با استفاده از مدل دینامیکی دقت نتایج مدل‌سازی احتراق افزایش می‌یابد. همچنین، اعمال مدل‌های مرتبه دوم نرخ واکنش می‌تواند دقت نتایج مدل‌سازی با واکنش یک‌مرحله‌ای را مشابه واکنش‌های چندمرحله‌ای به‌دست آورد.

در برخی از کارهای تحقیقاتی اخیر، برای مدل‌سازی آشفتگی در جریان‌های احتراق آشفته با سوخت گازی، روش‌های شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)^۲ [۹،۶] و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES)^۳ [۱۰] استفاده شده است. با توجه به هزینه محاسباتی بالا در روش‌های DNS و LES، روش‌های عددی بر مبنای RANS یکی از ابزارهای پرکاربرد در مدل‌سازی آشفتگی جریان‌های احتراقی است. بنابراین، افزایش دقت پیش‌بینی ترم‌های آشفته در معادلات RANS می‌تواند امری مهم در مدل‌سازی آشفتگی جریان‌های احتراقی باشد.

بردارهای شار اسکالر آشفته در اثر متوسط‌گیری معادله انرژی در جریان آشفته ایجاد می‌شوند. با توجه به مهم‌بودن خاصیت دما در جریان‌های احتراقی، شار حرارتی آشفته تاثیر بسیار زیادی بر پیش‌بینی دیگر خصوصیات احتراق دارد. مدل پخش گردابه‌ای ساده (SED)^۴ با عدد پرانتل آشفته ثابت، ساده‌ترین مدل شار حرارت آشفته است که در بسیاری از تحقیقات مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل، فرض‌هایی نظیر پرانتل آشفته ثابت و همراستابودن بردار شار حرارت آشفته با گرادیان دما در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. این مدل در بسیاری از مسائل تقریب ضعیفی از خود ارائه داده و می‌تواند باعث ایجاد خطا در پیش‌بینی بردار شار حرارت آشفته شود [۱۲]. لذا، پژوهشگران تحقیقات گسترده‌ای در خصوص ارائه و اصلاح مدل‌های پیشرفته برای دستیابی به دقت بالاتر انجام داده‌اند.

تحقیقات نشان می‌دهند که استفاده از عدد پرانتل آشفته متغیر تاثیر قابل توجهی بر پیش‌بینی توزیع دما در جریان‌های آشفته دارد [۱۳]. برخی از این پژوهش‌ها در خصوص نحوه تغییرات عدد پرانتل آشفته انجام شده‌اند و نهایتاً روابطی برای تعیین آن ارائه کرده‌اند. محدوده تغییرات پرانتل آشفته در برخی مسائل از ۰/۱ تا [۱۴] ۱ و در مواردی نیز در محدوده ۰/۱ تا ۱۰ به‌دست آمده است [۱۵]. روابط ارائه‌شده در خصوص تعیین عدد پرانتل آشفته براساس توابعی از کمیت‌های مختلف نظیر عدد پرانتل ملکولی [۱۶]، لزجت گردابی [۱۷]، لزجت و انرژی جنبشی آشفتگی [۱۸] ارائه شده‌اند.

مدل‌های مختلفی برای مدل‌سازی بردار شار حرارتی آشفته ارائه و اعتبارسنجی شده است. از مدل‌های شناخته‌شده می‌توان به مدل‌های یک و دوم‌ماده‌ای [۱۹] و همچنین مدل‌های جبری صریح [۲۰، ۲۱، ۲۲] و ضمنی [۲۲] اشاره کرد. مدل‌های جبری یا مرتبه دوم دارای کاربرد بیشتری نسبت به مدل‌های یک و دوم‌ماده‌ای‌اند و دقت قابل قبولی را نیز ارائه داده‌اند. دالی و هارلو [۱۱] یک مدل ساده جبری صریح به‌نام مدل اولیه گرادیان پخش (GGDH)^۵ برای بردار شار آشفته ارائه کردند که به‌صورت تابعی از تنسور تنش‌های رینولدز، گرادیان دما و انرژی جنبشی آشفتگی تعریف شده است. سوگا و آبی یک مدل مرتبه دوم تحت عنوان مدل مرتبه بالای گرادیان پخش (HOGGDH)^۶ پیشنهاد دادند [۲۳، ۲۱]. اساس مدل HO-GGDH نیز

1. Reynolds-Averaged Navier-Stokes
 2. Direct Numerical Solution
 3. Large Eddy Simulation
 4. Simple Eddy Diffusivity
 5. Generalized Gradient Diffusivity Hypothesis
 6. High Order Generalized Gradient Diffusivity Hypothesis

مشابه با مدل GGDH است، با این تفاوت که در این مدل، برای پیش‌بینی شار حرارتی آشفته، مرتبه بالاتری از آشفته‌گی جریان (تنش‌های رینولدز) استفاده شده است. مدل HOGGDH دارای زمان محاسباتی بیشتر و همچنین دقت بالاتری نسبت به GGDH بود. ویکستروم و همکاران [۲۰] یک مدل جامع جبری و صریح برای شار حرارتی آشفته بیان کردند که متشکل از چهار جمله اصلی تولید، پخش ملکولی و آشفته‌گی، فشار و نرخ اضمحلال شار حرارتی بود.

در تحقیقات پیشین، از مدل‌های مختلف جبری (SED, GGDH, HOGGDH) برای شار حرارتی آشفته در مسائل دارای انتقال حرارت نظیر انتقال حرارت جت برخوردی [۲۴] و یا جریان‌های خنک‌کننده لایه‌ای [۲۵] و یا حتی جریان‌های ساده مانند جریان درون لوله [۲۶] استفاده شد. نتایج تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های جبری مرتبه بالاتر منجر به افزایش دقت پیش‌بینی توزیع دما به‌ویژه در مناطق دارای گرادیان‌های شدید می‌شود.

در شبیه‌سازی‌های عددی بر مبنای RANS در مسائل احتراق آشفته از مدل ساده SED با فرض عدد پرانتل آشفته ثابت استفاده شده است. تحقیقات انجام‌شده نشان می‌دهد که مدل SED با عدد پرانتل آشفته ثابت (به‌ویژه در نواحی با گرادیان دمایی زیاد) ناکارآمد است. لذا، استفاده از مدل‌های مرتبه بالای شار حرارتی آشفته می‌تواند باعث افزایش دقت پیش‌بینی دما و مشخصه‌های احتراق شود. هدف اصلی مقاله حاضر تعیین نحوه تغییرات عدد پرانتل آشفته در یک محفظه احتراق غیرپیش‌مخلوط سوخت گازی است. در این راستا، مدل‌های مرتبه بالای شار حرارتی آشفته (GGDH, HOGGDH) برای جریان مذکور اعمال و نتایج حاصل‌شده با نتایج تجربی موجود و مدل SED مورد مقایسه قرار گرفته است. در ادامه، ضمن محاسبه عدد پرانتل آشفته، نحوه تغییرات آن در مقاطع مختلفی از محفظه بررسی شده و در نهایت مقدار عددی پرانتل آشفته در جریان احتراقی آشفته سوخت گازی پیشنهاد شده است.

تشریح مسئله

شکل ۱ نمای شماتیک محفظه احتراق مورد بررسی در پژوهش حاضر را نشان می‌دهد که منطبق با مطالعه تجربی ژو و همکاران [۷] است. محفظه احتراق دارای هندسه متقارن محوری است که نازل تزریق سوخت در مرکز محفظه و جریان هوای ورودی پیرامون آن قرار داده شده است. طول محفظه ۹۰ سانتی‌متر و قطر آن ۸ سانتی‌متر است. در جدول ۱ ابعاد محفظه ارائه شده است.

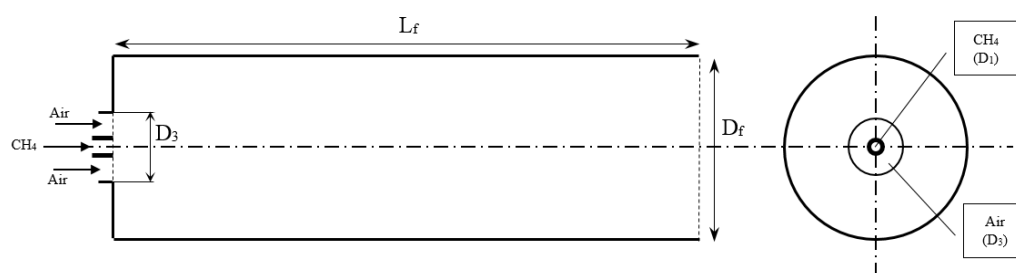


Figure 1- Schematic view of the combustion chamber [7]

شکل ۱- طرحواره محفظه احتراق مورد بررسی [۷]

جدول ۱- ابعاد محفظه احتراق به میلی‌متر

Table 1- Geometrical sizes (mm) of the combustor [7]

D1	D2	D3	Df	Lf
8	10	30	80	900

شرایط مرزی تحقیق حاضر براساس مرجع [۷] در نظر گرفته شده است. جریان احتراقی از سوخت گازی متان و هوا در حالت احتراق استوکیومتریک است. میزان دبی هوای ورودی $8/9 \text{ m}^3/\text{h}$ و سوخت متان برابر $0/8932 \text{ m}^3/\text{h}$ در نظر گرفته شده است. دمای دیواره محفظه 500 کلوین و دمای هوا و سوخت ورودی 300 کلوین اعمال شده است. در خروجی محفظه احتراق نیز، مطابق با شرایط آزمایشگاهی، شرط مرزی فشار محیط اعمال شده است.

معادلات حاکم

در این مسئله، معادلات حاکم برای تعیین میدان جریان و توزیع دما شامل معادلات اساسی بقای جرم، تکانه، انرژی و بقای گونه‌ها هستند. با توجه به نوع جریان شرایط تراکم‌ناپذیری و پایا نیز فرضیات قابل قبولی اند. براساس شرایط مذکور معادلات اساسی حاکم در رژیم آشفته را می‌توان با استفاده از معادلات RANS مطابق با روابط (۱) تا (۴) ارائه کرد [۳].

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2)$$

$$\rho c_p \bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) - \rho c_p \overline{u'_i T'} \right] + S_h \quad (3)$$

$$\rho \bar{u}_i \frac{\partial \bar{Y}_n}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{n,m} \frac{\partial \bar{Y}_n}{\partial x_i} - \overline{u'_i Y'_n} \right) + R_n \quad (4)$$

جملات $\overline{u'_i Y'_n}$ و $\overline{u'_i T'}$ به ترتیب مولفه‌های تانسور تنش رینولدز، شار حرارتی آشفته و همچنین شار جرمی آشفته‌اند که برای حل عددی معادلات حاکم، نیازمند مدلسازی‌اند. ترم S_h در معادله بقای انرژی (۴) چشمه حرارتی است. این جمله می‌تواند حرارت ناشی از تشعشع و همچنین احتراق را شامل شود. R_n نرخ تولید و یا مصرف گونه‌هاست. این ترم ناشی از برهمکنش آشفته‌گی و احتراق است.

مدل آشفته‌گی جریان

براساس روش تقریبی بوزینسک مولفه‌های تانسور تنش‌های رینولدز در جریان تراکم‌ناپذیر مطابق با رابطه (۵) است [۲۸].

$$\overline{u'_i u'_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

سکر و وحید [۲۹] در پژوهش خود، با مقایسه انواع مدل‌های آشفته‌گی جریان برای شعله‌های آشفته، نشان دادند که مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ریلیزبل نتایج مناسب‌تری نسبت به دیگر مدل‌ها از خود ارائه می‌دهد. لذا، برای مدلسازی آشفته‌گی جریان در مسئله احتراقی پیش‌رو از مدل دومعادله‌ای $k-\epsilon$ ریلیزبل استفاده شده است. معادلات و جزئیات مربوط به مدل مذکور در مراجع [۲۷] و [۲۹] ارائه شده است.

برهمکنش آشفته‌گی-احتراق

در مقاله حاضر، به منظور مدلسازی برهمکنش آشفته‌گی-احتراق و تعیین نرخ مصرف و یا تولید گونه‌ها، از دو مدل اضمحلال گردابه‌ای (EDM)^۱ و تابع چگالی احتمال (PDF)^۲ استفاده شده است.

1. Eddy Dissipation Model
2. Probability Density Function

مدل اضمحلال گردابه‌های EDM

این مدل برای مسائل احتراق غیرپیش‌آمیخته آشفته با سرعت واکنش بالا ارائه شده است. در این مدل مقدار نرخ خالص تولید و یا مصرف گونه‌ها با استفاده از دو رابطه (۶) و (۷) تعریف می‌شود. در نهایت کمترین مقدار به دست آمده از دو رابطه به عنوان نرخ خالص تولید (مصرف) گونه‌ها در نظر گرفته می‌شود [۲۷].

$$R_n = 4 \vartheta'_{i,r} M_{\omega,n} \rho \frac{\epsilon}{k} \min \left(\frac{Y_R}{\vartheta'_{R,r} M_{\omega,R}} \right) \quad (۶)$$

$$R_n = 2 \vartheta'_{i,r} M_{\omega,n} \rho \frac{\epsilon}{k} \frac{\sum_P Y_P}{\sum_j^N \vartheta''_{j,r} M_{\omega,j}} \quad (۷)$$

جمله k/ϵ در روابط (۶) و (۷)، مقیاس زمانی گردابه‌های بزرگ نام دارد که برای فرایندهای احتراقی آشفته دارای مقادیری بزرگتر از صفر است.

مدل تابع چگالی احتمال PDF

در این مدل تمامی حالت‌های ترموشیمیایی از سیال به صورت تابعی از یک کمیت اسکالر به نام کسر مخلوط (f) در نظر گرفته می‌شود. کسر مخلوط به صورت زیر تعریف می‌شود [۳،۱]:

$$f = \frac{(Y_{CH_4} - sY_{O_2}) - (Y_{CH_4} - sY_{O_2})_{air}}{(Y_{CH_4} - sY_{O_2})_{fuel} - (Y_{CH_4} - sY_{O_2})_{air}}, \quad s = \frac{\dot{m}_{CH_4}}{\dot{m}_{O_2}} \quad (۸)$$

بر این اساس، معادله انتقال کلیه گونه‌های واکنش احتراقی حذف شده و از طریق کسر مخلوط محاسبه می‌شود. معادله انتقال کسر مخلوط متوسط (\bar{f}) مطابق با رابطه زیر است:

$$\rho \nabla \cdot (\bar{u} \bar{f}) = \nabla \cdot \left[\frac{\mu_t}{Sc_{t,m}} \nabla \bar{f} \right] \quad (۹)$$

با توجه به آشفته بودن جریان و احتراق معادله واریانس کسر مخلوط (f'^2) نیز باید در نظر گرفته و حل شود. معادله مربوطه به شکل زیر است.

$$\rho \nabla \cdot (\bar{u} \overline{f'^2}) = \nabla \cdot \left[\frac{\mu_t}{Sc_{t,m}} \nabla \overline{f'^2} \right] + C_g \mu_t (\nabla^2 \bar{f}) - C_d \rho \frac{\epsilon}{k} \overline{f'^2} \quad (۱۰)$$

جایی که $f = f' + \bar{f}$ ضرایب $Sc_{t,m}$ و C_d و C_g ثابت و به ترتیب برابر 0.85 و 2.86 و 2 هستند. در مدل PDF تمامی کمیت‌های ترموشیمیایی (مانند دما، غلظت گونه‌ها و چگالی) براساس کسر مخلوط به دست می‌آیند. بر این اساس، متوسط زمانی گونه‌های احتراق، دما و چگالی به شکل زیر تعریف می‌شوند [۲۷]:

$$\bar{Y}_n = \int_0^1 p(f) Y_n(f) df, \quad n = \text{Fuel, Oxidizer, Products}$$

$$\bar{T} = \int_0^1 p(f) T(f) df, \quad \bar{\rho} = \left(\int_0^1 \frac{p(f)}{\rho(f)} df \right)^{-1} \quad (۱۱)$$

در رابطه بالا، $p(f)$ تابع چگالی احتمال است که اثرات برهمکنش آشفته و احتراق را شامل می‌شود. در این مقاله، $p(f)$ با استفاده از تابع بتا (β) تعریف شده است [۲۷]:

$$p(f) = \frac{f^{\alpha-1} (1-f)^{\beta-1}}{\int_0^1 f^{\alpha-1} (1-f)^{\beta-1} df} \quad (۱۲)$$

جایی که α و β به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha = \bar{f} \left[\frac{\bar{f}(1-\bar{f})}{\bar{f}'^2} - 1 \right], \quad \beta = (1-\bar{f}) \left[\frac{\bar{f}(1-\bar{f})}{\bar{f}'^2} - 1 \right] \quad (۱۳)$$

مدل های شار حرارتی آشفته

ساده ترین مدل جبری ارائه شده برای مولفه های بردار شار حرارتی آشفته، مدل پخش گردابه ای ساده (SED) است که توسط دالی و هارلو [۱۱] ارائه شد. این مدل مطابق با رابطه (۱۴) بیان می شود:

$$\overline{u_i' T'} = -\frac{v_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (14)$$

در رابطه بالا، مولفه های شار حرارتی آشفته با استفاده از عدد پرا نتل آشفته به آشفته گی جریان مربوط شده است. عدد پرا نتل آشفته براساس نتایج آزمایشگاهی به طور معمول ثابت و برابر عددی در محدوده ۰/۸ تا ۰/۹ فرض می شود. لاندر [۱۲] در تحقیق خود نشان داد که اگر از مولفه های تنش رینولدز برای مدلسازی شار حرارتی آشفته استفاده شود، نتایج دقیق تری حاصل خواهد شد. همچنین، دالی و هارلو مدل کلی پخش گرادیان (GGDH) را ارائه کردند. در این مدل، مرتبه بالاتری از اثر تنش های رینولدز بر شار حرارتی آشفته در نظر گرفته شد که مطابق با رابطه (۱۵) است.

$$\overline{u_i' T'} = -C_\theta \tau \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (15)$$

در رابطه بالا، C_θ ثابت مدل و برابر عدد [۱۱] ۰/۳ و یا [۳۰] ۰/۲۵ فرض می شود. سوگا و همکاران اصلاحاتی بر روی مدل فوق انجام دادند. آن ها ضرایب مدل را متغیر و به صورت تابعی از تنش های آشفته تعریف کردند [۳۱]. τ مقیاس زمانی آشفته گی^۱ بوده که به طور معمول به صورت $\tau = k/\epsilon$ تعریف می شود.

در تکمیل مدل GGDH برای جریان های در نواحی نزدیک به دیواره، سوگا و آبی [۲۳] یک مدل جدید بر مبنای مدل GGDH به نام مدل مرتبه بالای پخش گرادیان (HOGGDH) ارائه کردند. آن ها با هدف توسعه مدل GGDH، در مدل خود مرتبه بالاتری از تنش های آشفته گی را در نظر گرفتند. مدل HOGGDH مطابق با رابطه (۱۶) است:

$$\overline{u_i' T'} = -C_\theta \tau \left(\frac{\overline{u_i' u_k'} \overline{u_k' u_j'}}{k} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (16)$$

در این مدل نیز C_θ و τ مطابق با مدل GGDH تعریف می شوند.

مدلسازی تشعشع

در پژوهش حاضر، برای مدلسازی شار حرارتی تشعشع از مدل جهات گسسته (DO)^۲ استفاده شده است. مدل جهات گسسته برای مسائلی با ضخامت نوری نازک نتایج مناسبی از خود ارائه می دهد (1 < aL) [۲۷]. همان گونه که در مرجع [۳] بیان شده است، برای جریان درون محفظه احتراق، L قطر محفظه و a ضریب جذب (محدوده ای بین ۰/۰۱ تا ۰/۱ m⁻¹) تعریف می شود. در مسئله پیش رو، با توجه به مقدار قطر محفظه و محدوده ضریب جذب، مقدار ناچیزی برای ضخامت نوری به دست می آید. لذا، مدل DO می تواند مورد استفاده قرار گرفته و نتایج مناسبی را ارائه دهد. روابط مربوط به مدل تشعشع DO در مرجع [۲۷] به طور کامل شرح داده شده است.

مدلسازی اکسیدهای نیتروژن

تشکیل اکسیدهای نیتروژن در محفظه احتراق را می توان به تنهایی با تولید و انتشار اکسید نیتروژن، NO، بررسی کرد. به طور تقریبی ۹۰ درصد اکسیدهای نیتروژن تشکیل شده در محفظه احتراق NO هستند [۴]. با توجه به نوع سوخت (گازی) سهم تولید NO ناشی از حرارت نسبت به دیگر مکانیزم ها بسیار بیشتر بوده و با تقریب خوبی می توان از مابقی روش ها صرف نظر کرد [۵]. در این تحقیق، برای بررسی تولید NO فقط مکانیزم حرارتی در نظر گرفته شده است. واکنش های تولید اکسیدهای

1. Turbulence Time Scale
2. Discreet Ordinate

نیتروژن در روش حرارتی به شکل زیرند [۱]:



با فرض شبه پایا ($d[N]/dt \cong 0$) نرخ تشکیل NO به صورت رابطه (۲۰) به دست می آید.

$$\frac{d[NO]}{dt} = 2k_{+1}[O][N_2] \frac{\left(1 - \frac{k_{-1}k_{-2}[NO]^2}{k_{+1}[N_2]k_{+2}[O_2]}\right)}{\left(1 + \frac{k_{-1}[NO]}{k_{+2}[O_2] + k_{+3}[OH]}\right)} \quad (20)$$

k_+ و k_- به ترتیب ضرایب نرخ واکنشها در حالت رفت و برگشت (روابط ۱۷، ۱۸ و ۱۹) هستند. غلظت گونه $[O]$ براساس فرض تعادل جزئی به دست می آید.

معادله انتقال NO مشابه با دیگر گونهها در شرایط پایا مطابق با معادله زیر بیان می شود [۲۷]:

$$\nabla \cdot (\rho u Y_{NO}) = \nabla \cdot (\rho D \nabla Y_{NO}) + S_{NO} \quad (21)$$

در این معادله، Y_{NO} کسر جرمی اکسید نیتروژن و S_{NO} ترم چشمه آن بوده که با توجه به نوع مکانیزم انتخاب شده (حرارتی) تعیین خواهد شد [۲۷].

حل عددی

محفظه احتراق مورد نظر در پژوهش حاضر استوانه‌ای بوده که برای المان‌بندی آن از یک شبکه سازمان‌یافته استفاده شده است. با توجه به وجود گرادیان‌های شدید دما و سرعت در مقاطع اولیه محفظه، شبکه ایجاد شده در نزدیکی مجرای ورودی سوخت متراکم‌تر طراحی شده است. شبکه ایجاد شده برای نواحی نزدیک به دیواره به گونه‌ای انجام شده است تا y^+ در محدوده مجاز قرار گیرد. بررسی استقلال حل عددی از شبکه‌بندی با استفاده از توزیع دما در محور محفظه انجام شده است. تعداد ۱۶۳۰۰۰ المان برای کل محدوده به‌عنوان حل مستقل از شبکه به دست آمده است. شکل ۲ شبکه‌بندی در نیمه ابتدایی محفظه احتراق مورد بررسی را نشان می‌دهد.

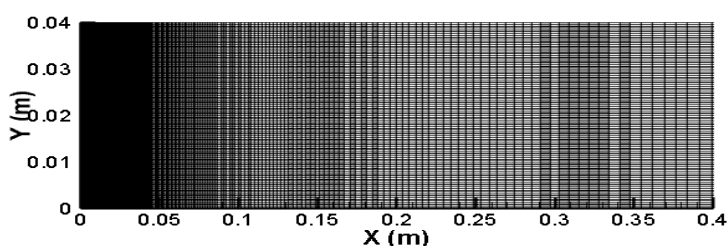


Figure 2- Computational domain for numerical simulation

شکل ۲- شبکه‌بندی محفظه احتراق مورد بررسی

حل معادلات حاکم در مسئله حاضر با استفاده از بسته نرم‌افزاری انسیس فلوئنت ۱۷ (ANSYS-Fluent 17) [۲۷] انجام شده است. بسته نرم‌افزاری فلوئنت فاقد مدل‌های شار اسکالر آشفته مرتبه بالا بوده و به صورت پیش‌فرض فقط مدل اولیه SED در آن موجود است. لذا، برای توسعه بسته نرم‌افزاری فلوئنت با هدف اعمال مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته از کدنویسی پیشرفته (UDF) ^۱ به زبان C استفاده شده است. در این کد، از ۶ کمیت اسکالر (UDS) استفاده شده که در آن ابتدا جملات

1. User Defined Function

مربوط به مدل SED از معادله انرژی حذف شده و نهایتاً جملات مربوط به مدل شار حرارتی آشفته مرتبه دوم (HOGGDH) به‌عنوان یک جمله چشمه به معادله انرژی اضافه شده است. حل عددی معادلات براساس روش حجم محدود و به‌صورت مرتبه دو و پیشرو انجام شده است. برای ارتباط بین معادلات سرعت و فشار، الگوریتم سیمپل اعمال شده است. حل معادلات به‌صورت عددی و مبتنی بر روش تکرار بوده و حداقل دقت حل برای معادلات انرژی و NO از مرتبه 10^{-6} و برای مابقی معادلات (از جمله معادلات اضافه‌شده برای اسکالرها) در کد UDF از مرتبه 10^{-3} در نظر گرفته شده است.

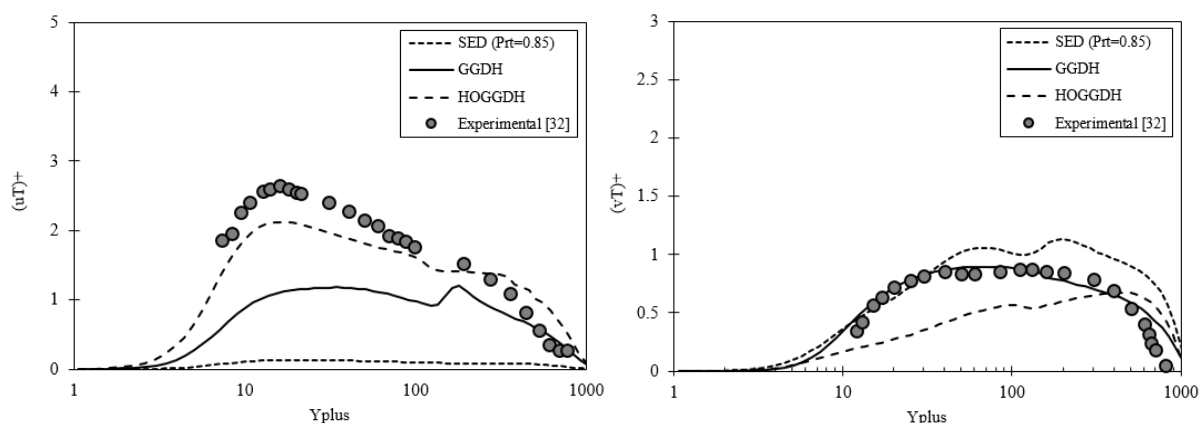
نتایج و بحث

در ابتدای این بخش، اعتبارسنجی کدهای مربوط به مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته انجام شده است. در ادامه، پس از اعتبارسنجی، مدل‌های مرتبه دوم انتقال حرارت بر روی جریان احتراقی آشفته اعمال شده و در نهایت نتایج حاصل از آن ارزیابی شده است.

اعتبارسنجی مدل‌های مرتبه دوم

برای اعتبارسنجی کدهای مربوط به مدل‌های مرتبه دوم از نتایج مربوط به تحقیق آزمایشگاهی هیشیدا و همکاران [۳۲] استفاده شده است. در این تحقیق، جریان درون یک لوله بوده که طول آن معادل با ۴۵ برابر قطر آن است. رینولدز جریان ورودی برابر ۴۰۰۰۰ و دمای دیواره لوله ثابت و برابر ۳۷۳/۱۵ کلوین است. برای آشفته‌گی جریان از مدل $k-\epsilon$ و همچنین برای شار حرارتی آشفته از سه مدل SED با عدد پرانتل آشفته ثابت (۰/۸۵)، GGDH و HOGGDH استفاده شده است. برای نواحی آرام نزدیک به دیواره ($y^+ < 30$) از تابع دیواره استاندارد استفاده شده است.

نتایج حاصل برای مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته در نمودارهای شکل ۳ به‌صورت مقایسه‌ای با مقادیر آزمایشگاهی [۳۲] ارائه شده‌اند. براساس این نمودارها، مدل SED در پیش‌بینی مولفه محوری شار حرارتی آشفته ضعیف بوده و آن را بسیار کمتر پیش‌بینی کرده است، درحالی‌که مقادیر عمودی شار حرارتی آشفته را بیشتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی کرده است. براساس تعریف این مدل، کم‌بودن مقادیر بردار دمای محوری و همچنین عدم استفاده از مولفه‌های تنش آشفته‌گی می‌تواند علت خطای بالای مدل SED در پیش‌بینی مولفه محوری شار حرارتی آشفته باشد. به‌طور کلی مدل‌های جبری مرتبه دوم (HOGGDH و GGDH) توانسته‌اند نحوه تغییرات مولفه‌های محوری و عمودی شار حرارتی آشفته را به‌خوبی پیش‌بینی کرده و نسبت به مدل SED نتایج نزدیک‌تری به مقادیر آزمایشگاهی ارائه دهند.



شکل ۳- مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته در جریان درون لوله

Figure 3- Turbulent heat flux vector for pipe flow, present data and experimental Data [31]

جریان احتراقی آشفته

در تحقیق پیش‌رو، دو نوع مدل مرتبه دوم شار حرارتی آشفته به همراه مدل مرسوم SED بر روی یک جریان احتراقی آشفته با سوخت گازی متان اعمال شده‌اند. مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته به همراه مدل احتراقی EDM اعمال شده‌اند. نتایج حاصل از مدل‌های شار حرارتی آشفته با نتایج تجربی موجود [۷] اعتبارسنجی شده و با مدل احتراقی PDF مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. شکل ۴ کانتور دمای به دست آمده از مدل مرتبه دوم شار حرارتی آشفته در مقایسه با مدل مرسوم SED را درون محفظه نشان می‌دهد. با مقایسه شکل‌ها می‌توان دید که استفاده از مدل‌های مرتبه بالای شار حرارتی آشفته (GGDH, HOGGDH) باعث پخش بیشتر دما درون محفظه و کاهش دمای بیشینه شده است.

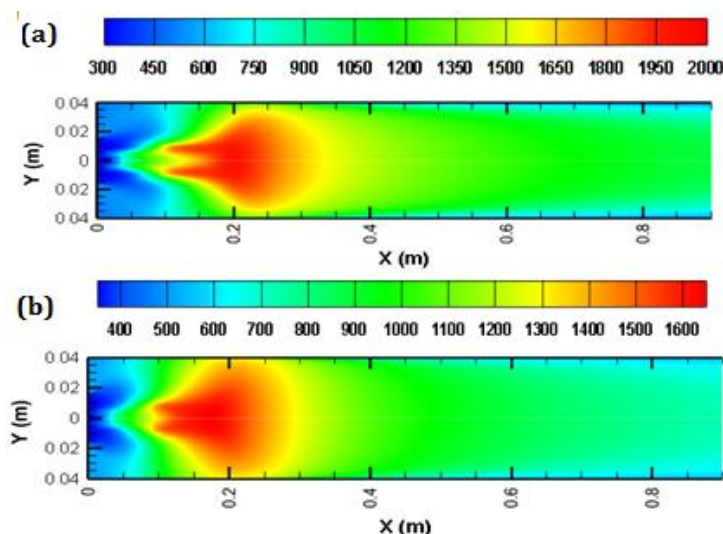


Figure 4- Contour of the static temperature, a) SED model, b) Second order model
 شکل ۴- توزیع دما درون محفظه احتراق: الف) مدل SED (Pr=0.85)، ب) مدل مرتبه دوم

در شکل ۵، توزیع دمای محوری به دست آمده از حل عددی برای دو مدل شار حرارتی آشفته مرتبه دوم (GGDH, HOGGDH) به همراه مدل اولیه SED با نتایج آزمایشگاهی موجود [۷] مقایسه شده‌اند. مطابق شکل ۵-الف، تمامی مدل‌هایی که به همراه مدل احتراقی EDM بوده‌اند، نحوه تغییرات دما را به خوبی پیش‌بینی کرده‌اند، هرچند که در پیش‌بینی میزان دمای بیشینه ضعیف بوده و آن را بیشتر از مقدار تجربی پیش‌بینی کرده‌اند. در پایین دست محفظه، توزیع دمای حاصل از مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته مطابقت قابل قبولی با نتایج تجربی دارند.

توزیع دمای به دست آمده از دو مدل احتراقی PDF و EDC^۱ در شکل ۵-ب مورد مقایسه قرار گرفته است. براساس شکل ۵-ب، مدل EDC در پایین دست محفظه احتراق نحوه تغییرات دما را به خوبی پیش‌بینی کرده است، اما در منطقه ابتدایی محفظه بسیار ضعیف بوده و منطقه دمابالا را در فاصله دورتری از ورودی محفظه پیش‌بینی کرده است. مطابق شکل ۵-ب، اعمال مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته در مدل EDC تاثیر کمتری بر توزیع دما نسبت به مدل احتراقی EDM نشان داده است. علت این امر را می‌توان تاثیرپذیری بیشتر مدل EDM به مدل‌های شار حرارتی آشفته (معادله انرژی) نسبت به دیگر مدل‌ها (PDF و EDC) دانست. در مدل PDF اعمال مدل‌های شار حرارتی مرتبه دوم تاثیر چندانی بر پیش‌بینی توزیع دما ندارند، زیرا این مدل دما را بیشتر براساس تابعی از کسر مخلوط محاسبه کرده و در این مدل، معادله انرژی سهم چندانی در پیش‌بینی توزیع دما درون محفظه ندارد.

1. Eddy Dissipation Concept

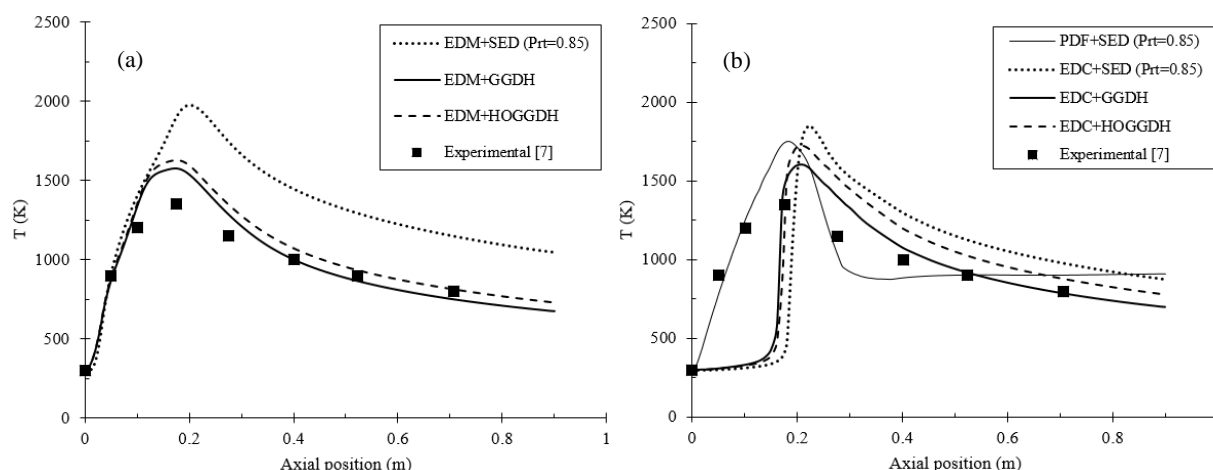


Figure 5- Axial temperature evolutions for different turbulent heat flux models: a) ED Model, b) PDF and EDC models

شکل ۵- تغییرات دمای محوری به‌دست‌آمده از مدل‌های مختلف شار حرارتی آشفته:

الف) مدل احتراقی EDM، ب) مدل‌های احتراقی PDF و EDC

متوسط اختلاف پیش‌بینی دمای خط مرکزی برای مدل‌های EDM به‌همراه مدل‌های SED، GGDH و HOGGDH به ترتیب ۲۸، ۶/۸ و ۷/۸ درصد است و همچنین برای مدل PDF به میزان ۹ درصد است.

در شکل ۶، توزیع شعاعی دمای به‌دست‌آمده از حل عددی برای دو مدل شار حرارتی آشفته مرتبه دوم (GGDH، HOGGDH) به‌همراه مدل اولیه SED با نتایج آزمایشگاهی موجود [۷] و مدل احتراقی PDF در مقاطع مختلف مقایسه شده‌اند. براساس نمودارهای مقاطع اولیه (5، 10، 17.5 cm) مدل SED، نسبت به مدل‌های مرتبه دوم در نواحی مرکزی محفظه، دما را بیشتر و در مناطق نزدیک به دیواره آن را کمتر پیش‌بینی کرده است. علت این امر پخش بیشتر حرارت در مدل‌های مرتبه دوم نسبت به مدل مرتبه اول SED است [۲۴، ۲۳، ۲۱]. مقایسه نتایج مدل PDF با مقادیر تجربی و همچنین مدل‌های EDM+GGDH و EDM+HOGGDH نشان می‌دهد که مدل PDF در مقاطع اولیه محفظه در پیش‌بینی دما ضعیف بوده و دما را بیشتر پیش‌بینی کرده است، اما در مقاطع پایانی (27.5 CM به بعد) هم‌خوانی مناسبی با مقادیر تجربی داشته و نتایج مشابه با مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی آشفته ارائه داده است. مقایسه نتایج حاصل از مدل‌ها نشان می‌دهد که در تمامی مقاطع نشان داده شده در شکل ۶، توزیع دمای به‌دست‌آمده از مدل GGDH مطابقت بیشتری با مقادیر تجربی دارد.

در احتراق سوخت‌های گازی، مکانیزم حرارتی (زلدویچ) مکانیزم غالب برای تولید و انتشار اکسیدهای نیتروژن است. NO حرارتی به‌شدت تابع دما بوده [۱] به‌گونه‌ای که تغییرات دما بر میزان پیش‌بینی تولید NO تاثیر محسوسی خواهد داشت. در شکل ۷، مقادیر NO حرارتی به‌دست‌آمده در راستای محور محفظه برای مدل‌های شار حرارتی آشفته مختلف با نتایج تجربی موجود [۷] مقایسه شده است. NO پیش‌بینی‌شده توسط مدل SED به‌طور قابل‌توجهی بیشتر از مدل‌های مرتبه دوم و مقادیر تجربی است. براساس شکل ۴، تخمین زیاد دمای بیشینه در مدل SED منجر به خطای تخمین NO شده است که این امر تا حد زیادی در مدل‌های مرتبه دوم HOGGDH و GGDH تصحیح شده است. توزیع NO به‌دست‌آمده از مدل‌های مرتبه دوم شار حرارتی مطابقت قابل‌قبولی با مقادیر تجربی دارد.

مقادیر متوسط اکسیدهای نیتروژن در مقاطع مختلف در جدول ۲ ارائه شده است. همان‌گونه که در شکل ۷ نیز دیده شد، نتایج به‌دست‌آمده از مدل شار حرارتی GGDH توانسته است دقت بالاتری نسبت به دیگر مدل‌ها ارائه دهد. علت این امر را می‌توان حاکم بودن رویه حرارتی برای تولید اکسیدهای نیتروژن و هم‌خوانی مناسب دمای پیش‌بینی‌شده با نتایج تجربی دانست. استفاده از مدل‌های GGDH و HOGGDH میزان متوسط خطای پیش‌بینی NO را به ترتیب از ۲۰۰ به ۱۵ و ۲۵ درصد کاهش داده است.

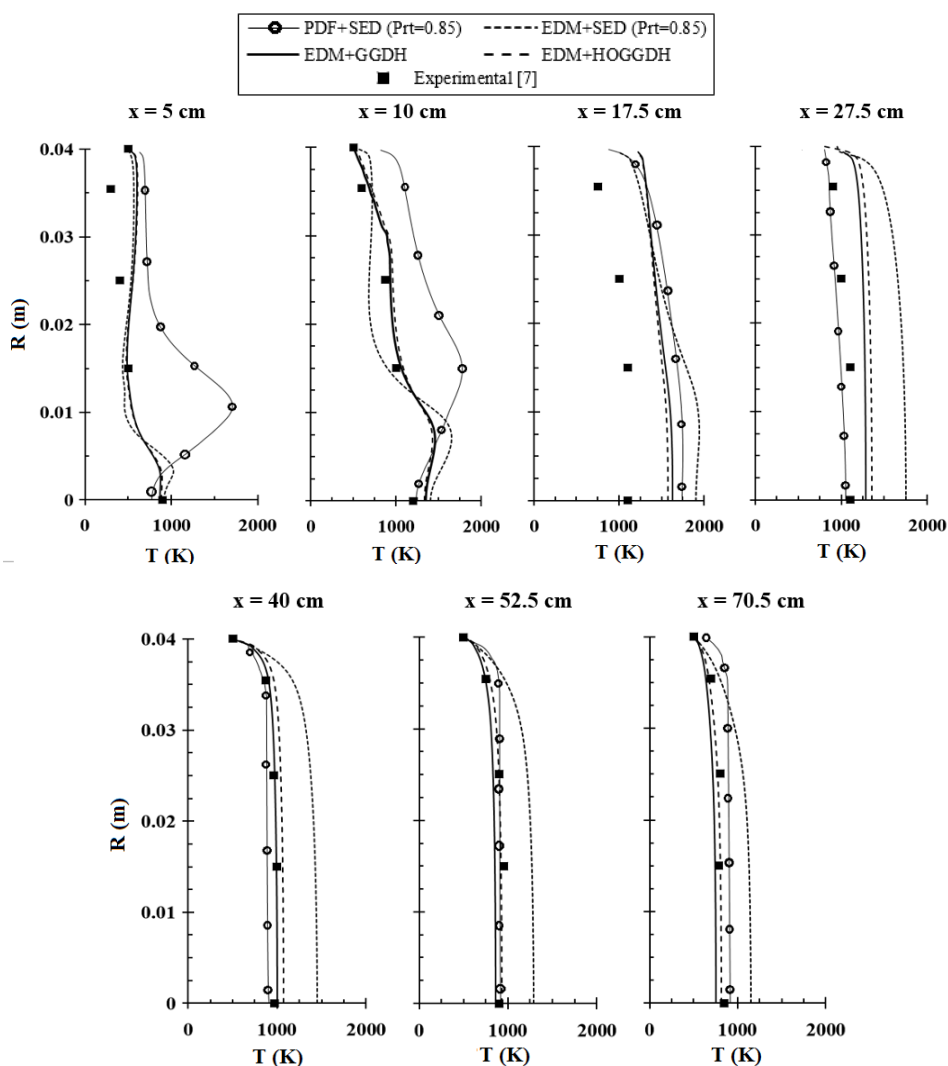


Figure 6- Profiles of temperature for different turbulent heat flux models
 شکل ۶- تغییرات دمای شعاعی به دست آمده از مدل‌های مختلف شار حرارتی آشفته

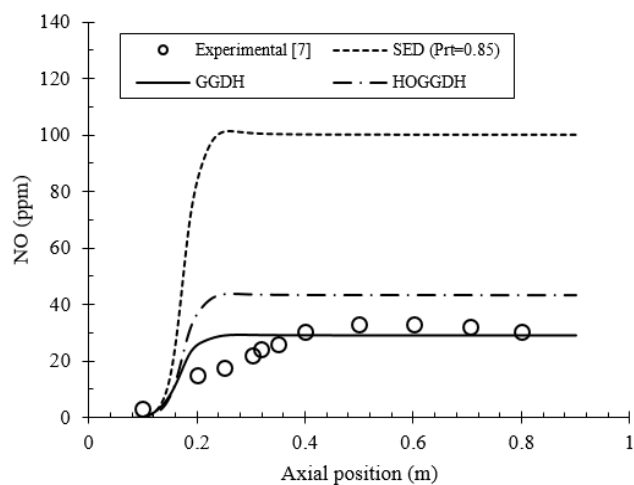


Figure 7- NO mole fraction at axial position
 شکل ۷- مقایسه مقادیر NO به دست آمده از مدل‌های مختلف شار حرارتی آشفته با مقادیر تجربی

جدول ۲- مقادیر تجربی و عددی متوسط اکسیدهای نیتروژن در مقاطع مختلف محفظه

Table 2- NO mole fraction at difference axial position

X (cm)	Experiment [7] (ppm)	GGDH		HOGGDH	
		NO (ppm)	Error (%)	NO (ppm)	Error (%)
30	22	25	13	30	36
40	25	29.2	16.8	39.5	58
60	35	29.25	16.4	39.6	14.28
80	25	29.24	16.9	39.4	57.6

با تعیین مقادیر مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته و همچنین تنش‌های آشفته رینولدز عدد پرانتل آشفته قابل محاسبه خواهد بود.

پرانتل آشفته (Pr_t)

با صرف نظر از نیروهای حجمی و استهلاک چسبندگی، عدد پرانتل آشفته مطابق با رابطه زیر بیان می‌شود [۲۵]:

$$Pr_t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H} \quad (22)$$

در رابطه بالا، ε_H پخش گردابی حرارت و ε_M ضریب پخش گردابی تکانه است. با فرض جریان دوبعدی بر روی صفحه تخت، ε_M و ε_H به شکل زیر تعریف می‌شوند [۲۵]:

$$-\overline{u'v'} = \varepsilon_M \frac{\partial U}{\partial y} \quad (23)$$

$$-\overline{v'T'} = \varepsilon_H \frac{\partial T}{\partial y} \quad (24)$$

لذا، با ترکیب روابط (۲۲)، (۲۳) و (۲۴) عدد پرانتل آشفته به شکل زیر حاصل می‌شود.

$$Pr_t = \frac{\overline{u'v'} \frac{\partial T}{\partial y}}{\overline{v'T'} \frac{\partial U}{\partial y}} \quad (25)$$

در فرض تشابه رینولدز، پخش آشفته حرارت با پخش آشفته تکانه از یک مرتبه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه، عدد پرانتل آشفته به یک مقدار همگرا شده و مقدار آن از مرتبه واحد و عموماً برابر ۰/۸۵ در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. نتایج تجربی و شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهند که عدد پرانتل آشفته در جریان‌های ساده نیز در نواحی مختلف جریان تغییرات قابل توجهی دارد [۳۳]. در پژوهش حاضر، با استفاده از اعمال مدل‌های مرتبه بالا، نحوه تغییرات عدد پرانتل آشفته در جریان‌های احتراقی آشفته محاسبه خواهد شد.

در شکل ۸، تغییرات شعاعی ($r^* = r/R_f$) عدد پرانتل آشفته در فاصله $x/L = 0.2$ با استفاده از دو مدل شار حرارتی آشفته GGDH و HOGGDH ارائه شده است. مدل HOGGDH مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته را کمتر از مدل GGDH پیش‌بینی کرده است. لذا، براساس رابطه (۲۵) مقدار عدد پرانتل آشفته در مدل HOGGDH بیشتر محاسبه شده است. مطابق با شکل، مقدار عدد پرانتل آشفته در نواحی میانی محفظه احتراق ($r^* < 0.3$) دارای نرخ تغییرات بیشتری بوده و به سمت دیواره به تدریج از تغییرات آن کاسته می‌شود. این امر می‌تواند به علت وجود گرادیان‌های شدید دما در این نواحی باشد. همچنین، این عدد در برخی نواحی بیشتر از مقدار ۰/۸۵ و در برخی نواحی کمتر از آن محاسبه شده است. تغییرات عدد پرانتل آشفته در مابقی مقاطع از محفظه احتراق نیز دارای رفتاری مشابه است. تحقیقات انجام‌شده نشان می‌دهد که تغییرات پرانتل آشفته در مسائلی مانند انتقال حرارت درون کانال از ۰/۱ تا ۱ [۱۴] و جریان خنک‌کاری لایه‌ای از ۰/۳ تا ۲/۲ متغیر است [۲۵].

متوسط شعاعی عدد پرانتل آشفته در راستای محور محفظه در شکل ۹ ارائه شده است. مطابق شکل، محدوده تغییرات عدد پرانتل آشفته در مدل GGDH از ۰/۲۵ تا ۱/۳ و برای مدل HOGGDH از مقدار ۰/۳ تا ۱/۹ به دست آمده است. با افزایش فاصله از ناحیه ورودی، عدد پرانتل آشفته کاهش یافته است که این امر به علت کاهش گرادیان‌های دما و تنش‌های آشفته است.

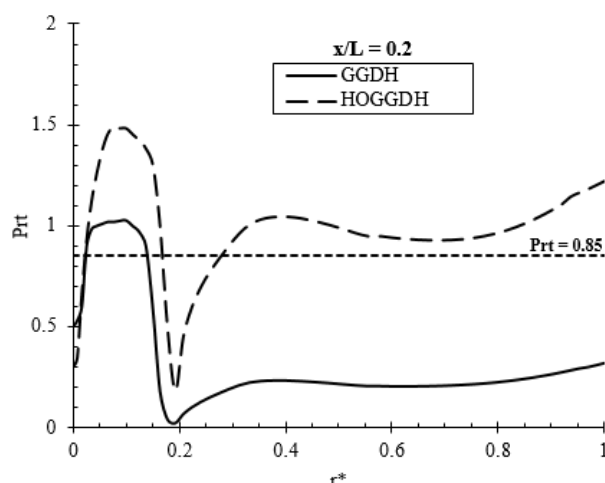


Figure 8- Predicted radial ($r^* = r/R_f$) turbulent Prandtl number by second order models, at ($x/L=0.2$)
 شکل ۸- تغییرات شعاعی عدد پرانتل آشفته با استفاده از دو مدل مرتبه دوم در مقطع $x/L = 0.2$

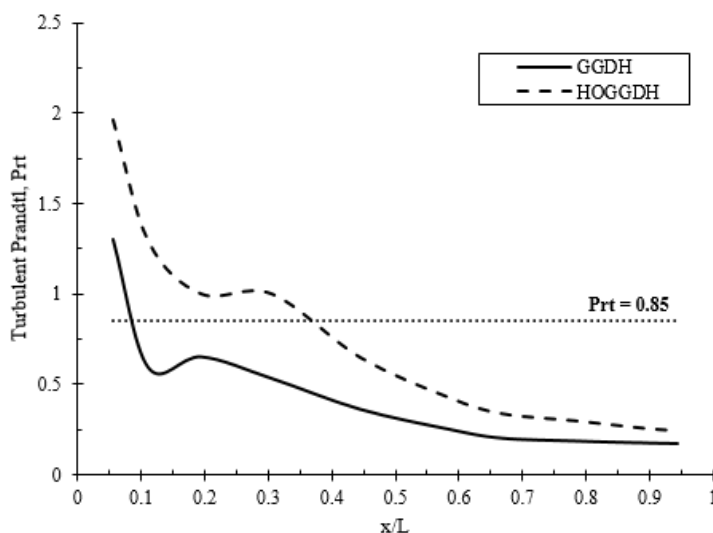


Figure 9- Mean turbulent Prandtl number along the combustor
 شکل ۹- تغییرات متوسط شعاعی عدد پرانتل آشفته در راستای محفظه

نمودار شکل‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهند که در نظر گرفتن مقدار ثابت 0.85 برای عدد پرانتل آشفته برای جریان احتراقی آشفته دور از واقعیت بوده و مقدار این پارامتر در مناطق مختلف جریان متغیر است. بر این اساس، یکی از راه‌های افزایش دقت نتایج مدل اولیه SED، به‌عنوان یک مدل رایج در مدلسازی جریان‌های احتراقی آشفته، اصلاح عدد پرانتل آشفته است. براساس نتایج به‌دست‌آمده، مقدار متوسط عدد پرانتل آشفته برای کل محدوده جریان برای مدل‌های مرتبه دوم GGDH و HOGGDH به‌ترتیب برابر 0.45 و 0.7 به‌دست می‌آید. لذا، با توجه به دقت بالاتر مدل GGDH و براساس این مدل، مقدار متوسط عدد پرانتل آشفته برای کل محدوده جریان برابر 0.45 پیشنهاد می‌شود. بر همین اساس، توزیع دمایی به‌دست‌آمده برای جریان احتراقی آشفته با استفاده از مدل EDM+SED با $Prt = 0.45$ ، با نتایج مدل EDM+GGDH مورد مقایسه قرار گرفته است. توزیع دمایی شعاعی برای چهار مقطع مختلف با فرض پرانتل آشفته 0.45 به‌صورت مقایسه‌ای با نتایج مدل EDM+GGDH و مقادیر تجربی در شکل ۱۰ ارائه شده است. همان‌گونه که در شکل

دیده می‌شود، نتایج حاصل از پرانتل آشفته ۰/۴۵ مطابق قابل قبولی با مدل EDM+GGDH دارد. با توجه به این نمودارها، فرض عدد پرانتل آشفته ثابت ۰/۴۵ در مدل EDM+SED توانسته است مطابقت قابل قبولی با مقادیر تجربی ارائه کند. براساس نتایج تحقیق حاضر، پیشنهاد می‌شود که برای این جریان احتراقی متان-هوا برای مدل سازی با مدل EDM+SED مقدار پرانتل آشفته برابر ۰/۴۵ در نظر گرفته شود.

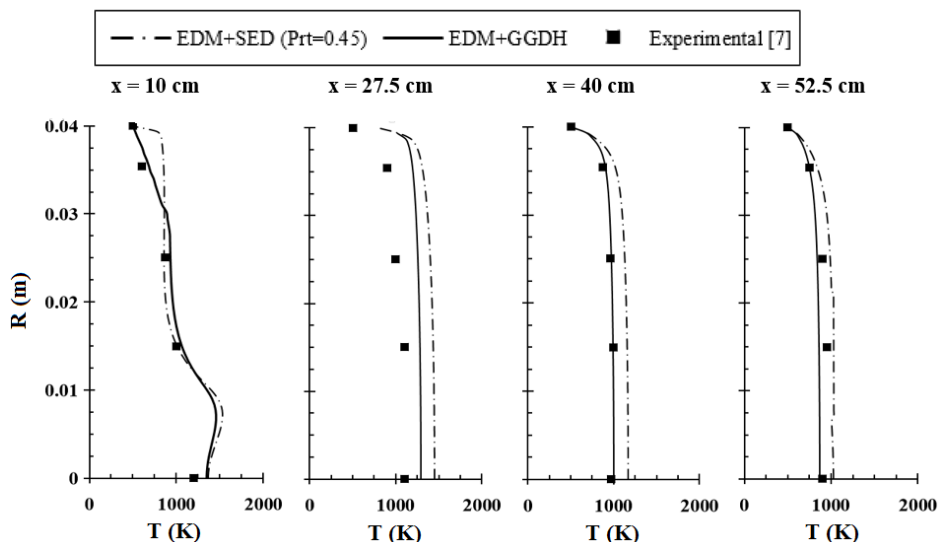


Figure 10- Comparison of temperature distribution predicted by GGDH and SED (Prt = 0.5)
 شکل ۱۰- مقایسه نتایج توزیع دما برای مدل سازی عددی GGDH و SED (Prt=0.5) با مقادیر تجربی

نتیجه گیری

هدف اصلی در تحقیق حاضر بررسی تغییرات عدد پرانتل آشفته با استفاده از مدل های مرتبه بالای شار حرارتی آشفته است. در این راستا، شبیه سازی عددی از جریان آشفته درون محفظه احتراق استوانه ای با سوخت گازی انجام شده است. مدل های $k-\epsilon$ ریلایزبل و جهات گسسته (DO) به ترتیب برای آشفته گی جریان و تشعشع اعمال شده اند. همچنین، برای برهمکنش آشفته گی و احتراق از سه مدل اضمحلال گردابه ای (EDM)، اضمحلال گردابه ای مفهومی (EDC) و تابع چگالی احتمال (PDF) استفاده شده است. برای مدل سازی بردار شار حرارتی آشفته دو مدل جبری مرتبه دوم GGDH و HOGGDH و مدل مرسوم پخش گردابه ای ساده (SED) با پرانتل آشفته ثابت به همراه مدل های احتراقی EDM و EDC اعمال شده اند. مقایسه نتایج حل عددی با مقادیر تجربی موجود برای توزیع دما و NO نشان می دهد که مدل های شار حرارتی نقش بسیار مهمی در دقت پیش بینی پارامترهای جریان های احتراقی ایفا می کنند. مدل های مرتبه دوم پخش گرادیان در اثر استفاده از تنش رینولدز (آشفته گی جریان) دارای دقت بالاتری نسبت به مدل اولیه SED هستند. همچنین، مدل های مرتبه دوم شار حرارت آشفته مقادیر اکسیدهای نیتروژن را با مطابقت بهتری در مقایسه با داده های تجربی پیش بینی می کنند. در این تحقیق، عدد پرانتل آشفته با استفاده از مولفه های بردار شار حرارتی آشفته به دست آمده از مدل های مرتبه دوم محاسبه شده است. نتایج نشان می دهند که فرض عدد پرانتل آشفته ثابت ۰/۸۵ برای جریان های احتراقی آشفته دور از واقعیت است که این امر ناشی از وجود گرادیان های شدید دما در جریان های احتراقی است. در جریان احتراقی مورد بررسی این تحقیق متوسط شعاعی عدد پرانتل آشفته در راستای محفظه کاهش یافته است. براساس مدل GGDH، این عدد در محدوده ۱/۳ در نزدیک ورودی و تا ۰/۲۵ در مقاطع نیمه پایانی محفظه تغییر می کند. با استفاده از مدل شار حرارتی مرتبه دوم مقدار متوسط عدد پرانتل آشفته درون محفظه به میزان عدد ۰/۴۵ محاسبه شد که به عنوان جایگزین مقدار پیش فرض ۰/۸۵ پیشنهاد می شود.

فهرست نمادها و نشانه‌ها

مولفه‌های بردار شار حرارتی آشفته	$\overline{u_i' T'}$
مولفه‌های بدون بعد بردار شار حرارتی آشفته $u_i' T' / u^* T^*$	$(uT)^+$
مولفه‌های بردار شار جرمی آشفته	$\overline{u_i' Y'}$
مولفه‌های تانسور تنش آشفته	$\overline{u_i' u_j'}$
ضریب مدل شار حرارتی آشفته	C_θ
ضریب پخش گونه n در محیط m	$D_{n,m}$
وزن ملکولی گونه‌های واکنش‌دهنده	$M_{\omega,R}$
وزن ملکولی گونه‌های تولیدشده	$M_{\omega,j}$
عدد پرانتل آشفته	Pr_t
نرخ تولید (یا مصرف) گونه‌ها	R_n
جمله چشمه حرارتی	S_n
ظرفیت گرمایی ویژه	c_p
ثابت نرخ واکنش r در حالت برگشت	$k_{b,r}$
ثابت نرخ واکنش r در حالت رفت	$k_{f,r}$
مولفه‌های سرعت ($m.s^{-1}$)	u_i, u_j
سرعت برشی ($m.s^{-1}$)	u^*
قطر محفظه (m)	D
قطر نازل (m)	d
نرخ واکنش	k
طول محفظه (m)	L
شعاع (m)	R
زمان (s)	t
دما (K)	T
فاصله از نازل بر روی محور محفظه (m)	x
کسر جرمی	Y
فشار (Pa)	P
ضریب جذب	a
لزجت (Pa.s)	μ
چگالی ($kg.m^{-3}$)	ρ

علائم یونانی

دلتای کرانکر	δ_{ij}
پخش گردابه‌ای حرارت	ε_H
پخش گردابه‌ای تکانه	ε_M
لزجت آشفستگی	ν_t
ضریب استوکیومتری یک گونه واکنش‌دهنده n در واکنش i	$\vartheta'_{n,r}$
ضریب استوکیومتری یک گونه محصولات n در واکنش i	$\vartheta''_{n,r}$
اتلافات آشفستگی (m^2s^{-2})	ε
مقیاس زمانی آشفستگی	τ

زیرنویس‌ها

مولفه مختصات	i, j
گونه های محصولات	J
گونه های واکنش‌دهنده‌ها	\mathcal{R}
آشفستگی	t

بالانویس‌ها

مقادیر متوسط‌گیری شده خصوصیات	$(\bar{\quad})$
مقادیر نوسانی خصوصیات	(\prime)

منابع

1. S. R. Turns and S. J. Mantel, *An Introduction to Combustion, Second Edition*, New York, McGraw Hill, 2000.
2. Y. Li, R. Li, D. Li, J. Bao and P. Zhang, "Combustion characteristics of a slotted swirl combustor: An experimental test and numerical validation," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 66, 2015, pp. 140–147.
3. S. Chouaieb, W. Kriaa, H. Mhiri and P. Bournot, "Presumed PDF modeling of micro jet assisted CH₄-H₂/air turbulent flames," *Energy Conversion and Management*, 120, 2016, pp. 412–421.
4. S. Li, Zh. Chen, X. Li, B. Jiang, Zh. Li, R. Sun, Q. Zhu and X. Zhang, "Effect of outer secondary-air vane angle on the flow and combustion characteristics and NO_x formation of the swirl burner in a 300-MW low-volatile coal-fired boiler with deep air staging," *Journal of the Energy Institute*, 90, No. 2, 2017, pp. 239–256.
5. E. Alemi and M. Rajabi-Zargarabadi, "Effects of jet characteristics on NO formation in a jet-stabilized combustor," *International Journal of Thermal Sciences*, 112, 2017, pp. 55–67.
6. W. Fang and X. Xiang, "Effect of turbulence on NO formation in swirling combustor," *Chinese Journal of Aeronautics*, 27, No. 4, 2014, pp. 797–804.
7. L. X. Zhou and X. L. Chen, "Studies on the effect of swirl on NO formation in methan/air turbulent combustion," *Proceedings of the Combustion Institute*, 29, 2002, pp. 2235–2242.
8. K. Luo, J. Yang, Y. Bai and J. Fan, "Large eddy simulation of turbulent combustion by a dynamic Second-order moment closure model," *Fuel*, 187, 2017, pp. 457–467.
9. A. Scholtissek, F. Dietzsch, M. Gauding and C. Hasse, "In-situ tracking of mixture fraction gradient trajectories and unsteady flamelet analysis in turbulent non-premixed combustion," *Combustion and Flame*, 175, 2017, pp. 243–258.
10. A. Irannejad, A. Banaeizadeh and F. Jaber, "Large eddy simulation of turbulent spray combustion," *Combustion and Flame*, 162, NO. 2, 2015, PP. 431–450.
11. B. J. Daly and F. H. Harlow, "Transport Equation in Turbulence," *Phys Fluids*, 13, 1970, pp. 2634–2649.
12. B. E. Launder, "On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flows," *Journal of Heat Transfer (ASME)*, 110, 1988, pp. 1112–1128.
13. K. Rup and P. Wais, "An Application of the K-e Model with Variable Prandtl Number to Heat Transfer Computation in Air Flows," *Heat Mass Transfer*, 34, 1999, pp. 503–508.

14. Y. Y. Bae, "A new formulation of variable turbulent Prandtl number for heat transfer to supercritical fluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 92, 2016, pp. 792-806.
15. J. H. Bae, J. H. Yoo and H. Choi, "Direct numerical simulation of turbulent supercritical flows with heat transfer," *Phys. Fluids*, 17, 2005, pp. 105-104.
16. Y. Yamamotoa and T. Kunugi, "Modeling of MHD turbulent heat transfer in channel flows imposed wall-normal magnetic fields under the various Prandtl number fluids," *Fusion Eng. Des.*, 109, 2016, pp. 1130-1136.
17. R. J. Moffat and W. M. Kays, "A Review of Turbulent-Boundary-Layer Heat Transfer Research at Stanford.1958-1983," *Advances Heat Transfer*, 16, 1984, pp. 241-365.
18. R. Jones, S. Acharya and A. Harvey, *Improved Turbulence Modeling of Film Cooling Flow and Heat Transfer*, Chapter 4: Modeling and Simulation of Turbulent Heat Transfer, edited by B. Sunden and M. Faghri, WIT Press, UK, 2005.
19. Y. Nagano and M. Shimada, "Development of a two-equation heat transfer model based on direct simulations of turbulent flows with different Prandtl numbers," *Physics of Fluids*, 8, 1996, pp. 3379-3402.
20. P. M. Wikstrom, "Derivation and investigation of a new explicit algebraic model for the passive scalar flux," *Physics of Fluids*, 12, 2000, pp. 688-702.
21. K. Abe and K. Suga, "Towards the development of a Reynolds-averaged algebraic turbulent scalar flux model," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 22, 2001, pp. 19-29.
22. M. M. Rogers and N. N. Mansour, "Reynolds WC. An algebraic model for the turbulent flux of a passive scalar," *Journal of Fluid Mechanics*, 203, 1989, pp. 77-101.
23. K. Suga and K. Abe, "Nonlinear eddy viscosity modeling for turbulence and heat transfer near wall and shear-free boundaries," *Int. J. Heat Fluid Flow*, 21, 2000, pp. 37-48.
24. F. Bazdidi-Tehrani and M. Rajabi-Zargarabadi, "Application of second moment closure and higher order generalized gradient diffusion hypothesis to impingement heat transfer," *Transactions of The CSME*, 32, 2008, pp. 91-105.
25. M. Rajabi-Zargarabadi and F. Bazdidi-Tehrani, "Implicit algebraic model for predicting turbulent heat flux in film cooling flow," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 64, 2010, pp. 517-531
26. L. Redjem-Saad, M. Ould-Rouissm and G. Lauriat, "direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows: Effect of Prandtl number," *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 28, 2007, pp. 847-861.
27. Ansys Fluent User's Manual, Version 17, 2016.
28. J. O. Hinze, *Turbulence*, New York, McGraw Hill, 1975.
29. K. M. Saqr, M. A. Wahid, "Comparison of four eddy-viscosity turbulence models in the eddy dissipation modeling of turbulent diffusion flames," *Int. J. Appl. Math. Mech.*, 7, NO. 19, 2011, pp. 1-18.
30. X. Li, J. Ren and H. Jiang, "Application of algebraic anisotropic turbulence models to film cooling flows," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 91, 2015, pp. 7-17.
31. K. Suga, M. Nagaoka and N. Horinouchi, "Application of a Higher Order GGDH Heat Flux Model to Three-Dimensional Turbulent U-Bend Duct Heat Transfer," *Journal of Heat Transfer*, Technical Notes, 125, 2003, pp. 200-203.
32. M. Hishida and Y. Nagano, "Structure of Turbulent Velocity and Temperature Fluctuations in Fully Developed Pipe Flow," *J. Heat Transfer (ASME)*, 101, 1979, pp. 15-22.
33. X. Li, "Application of algebraic anisotropic turbulence models to film cooling flows," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 91, 2015, pp. 7-17.

English Abstract

Prediction of turbulent Prandtl number in the methane-air combustion using a second-order turbulent scalar flux model

Ali Ershadi¹ and Mehran Rajabi-Zargarabadi^{2*}

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran, a.ershadi@semnan.ac.ir

2- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran, Rajabi@Semnan.ac.ir

*Corresponding author

(Received: 2018.06.30, Received in revised form: 2019.01.07, Accepted: 2019.01.16)

The main objective of the present study is to estimate the turbulent Prandtl number in non-premixed combustion of methane-air. In this regard, a turbulent stream of non-premixed combustion in a stoichiometric condition, is numerically analyzed using the (Reynolds averaged Navier-Stokes) (RANS). For modeling the combustion, the Eddy Dissipation Model (EDM), Eddy Dissipation Concept (EDC) and Probability Density Function (PDF) have been applied. The k- ϵ Realizable model and Discret Ordinate (DO) also was used for the turbulence modeling and radiation modeling, respectively. To the turbulent heat flux in the energy equation, second order algebraic model (GGDH and HOGGDH) with simple eddy diffusivity model has been applied. Comparing the results of the numerical model SED (with the turbulent Prandtl 0.85) and second order models with available experimental data show that applying the SO Models significantly led to the modification of predicting the temperature distribution in the combustion chamber. Moreover the NO derived from SO models distribution model has a good agreement with available experimental data. Calculation of Prandtl number turbulence in the combustion chamber shows that the assumption of Prandtl number of 0.85 is far from reality and based on GGDH model, Prt in different areas varies from 0.2 to 1.3. Finally, the Prandtl number of 0.45 has been proposed for the non-premixed combustion of methane-air.

Keywords: Combustion modeling, turbulent Prandtl number, algebraic turbulent flux models